

SUBCONTRARIETATE CA OPOZIȚIE NONCLASICĂ ÎN TRE PREMISELE INFERENȚELOR CLASICE

GABRIEL ILIESCU

1. DOUĂ ÎNTREBĂRI

Denumirile de „clasic” și ”neclasic”, în domeniul logicii, pot conduce la ideea a două domenii separate. Dacă aceasta este situația, atunci niciun capitol de logică clasică n-ar trebui să conțină elemente non-clasice. Pe acest fond se degajă întrebarea:

** Este logica clasică separată de cea non-clasică?*

Să presupunem că, într-o schemă de inferență clasică, fie aceasta *modus tollens*, se înlocuiește negația contradicție cu negația contrarietate și apoi cu subcontrarietatea. Se verifică astfel dacă inferența menționată continuă să fie validă. La fel se procedează și cu alte scheme stoiciene care conțin o negația clasică. Se arată astfel în care situații se conservă relația de consecință logică și în care nu. Sunt introduși astfel de operatori și semne noi, în mod explicit, în context logic clasic pentru a verifica dacă o relație clasică se conservă sau nu¹. Este ceea ce face Dumitru Gheorghiu, autorul definițiilor matriceale ale celor două negații non-clasice. Spre deosebire de aceasta, în prezenta lucrare ne asumăm să răspundem la întrebarea:

***Sunt premisele inferențelor clasice reciproc independente?*

Aceasta ar înseamna ca ele să nu fie nici în relația de consecință logică, dar mai ales nici în vreun fel de opoziție, prin urmare nici în vreuna dintre opozițiile non-clasice. În trecut spus, întrebarea nu ar fi justificată, pentru că o implicație precum $(p \ \& \ \sim p) \supset q$ este tautologică și îi corespunde o inferență validă. Inferența din premise contradictorii, deși demult cunoscută, este neglijabilă ca neutilizabilă în comunicarea reală.

Însă justificarea întrebării se menține datorită independenței reciproce a premiselor implicative ale dilemelor sau ale unei scheme indemonstrabile clasice, precum silogismul disjunctiv exclusiv, prezentat de Diogene Laertios în fragmentul

¹ Dumitru Gheorghiu, *Intuiționism, paraconsistență, contrarietate și subcontrarietate*, în vol. *Existență, contradicție, adevăr*, Ed. Trei București, 2005, pp. 136, 137, 141.

82 al cărții a VII². Tot independente sunt și premisele uneia dintre primele reguli de raționare în prezentarea axiomaticii propoziționale, anume substituirea de echivalente. În particular spus, unul dintre autorii români precum Gheorghe Enescu o prezintă după demonstrarea primelor șase teoreme, ca pe a opta regulă³. În schimb, Popa Cornel prezintă aceeași regulă înainte de a demonstra prima teoremă⁴. Aceste exemple pot conduce la extinderea tacită a ideii de independență reciprocă a premiselor pentru toate schemele de raționare.

Spre deosebire de autorul definiției subcontrarietății, intenția personală este de a arăta că, pe lângă posibilitatea de a *introduce* non-clasicul, acesta poate fi *dezvăluit* ca o prezență latentă în cadrul logicii clasice. Non-clasicul dezvăluibil aici este prezența *opoziției de tipul subcontrarietății între premisele inferențelor clasice*.

2. IPOTEZĂ

Folosind mijloacele logicii clasice, D. Gheorghiu definește matriceal două tipuri de opoziții non-clasice: *negația-contrarietate* și *negația-subcontrarietate*⁵. Am evidențiat existența acestora în relația dintre funcțiile de adevăr ale logicii bivalente clasice, într-un articol anterior⁶. Astfel, am arătat că cele două domenii se întrepătrund. Cele două opoziții non-clasice au permis, în articolul menționat, distincția între două categorii de funcții.

1. Funcții cărora le corespund funcții *contrare* și *concluzive*. Cu altă ocazie, am convenit să numesc astfel de funcții φ ⁷. Contrarele și concluziile lui φ sunt reciproc contradictorii. Având concluzii, funcțiile φ participă la scheme de inferență simple în calitate de *premise*⁸.

2. Funcții ψ cărora le corespund funcții *subcontrare* și *premise*⁹. Subcontrarele și premisele lui ψ sunt de asemenea reciproc contradictorii¹⁰. Dintre funcțiile pentru care am determinat listele de subcontrare, selectăm ca utile aici, următoarele perechi: p ¹¹ și $p \supset q$ ¹², adică premisele lui modus ponens; $\sim q$ ¹³ și $p \supset q$ ¹⁴, respectiv

² Diogene Laertios, *Despre viețile și doctrinele filosofilor*, Ed. Academiei Republicii Populare Române, trad. Acad. C. I. Balmuș, București, 1963, p. 352.

³ Gheorghe Enescu, *Logică simbolică*, Ed. Științifică, București, 1971, p. 75.

⁴ Cornel Popa, *Logică și metalogică*, vol II, Ed. Fundației România de Mâine, București, 2002, p. 36.

⁵ Gheorghiu, Dumitru, *op. cit.*, pp. 108–161.

⁶ Gabriel Iliescu, *Negații neclasice, opoziții între concluzii și între premise*, în vol *Probleme de logică*, nr. XIII, Ed. Academiei Române, București, 2010, pp. 121 și următoarele.

⁷ Gabriel Iliescu, *Negații neclasice, funcții concluzive și funcții premise*, în vol *Probleme de logică Nr. XVI*, Ed. Academiei Române, București, 2013, pp. 150–178.

⁸ *Ibidem*.

⁹ *Idem*, pp. 155, 157–160, 170–175–178.

¹⁰ *Ibidem*

¹¹ *Ibidem*, pp. 129–130.

¹² *Ibidem*, pp. 130–131.

¹³ *Ibidem*, pp. 130–131, pp. 137–138.

¹⁴ *Ibidem*, p. 155 și 157.

premisele lui modus tollens; $\sim p^{15}$ și $p \vee q^{16}$, care sunt premisele silogismului disjunctiv; p și $\sim p \vee \sim q^{17}$, care sunt premisele silogismului de incompatibilitate; $p \vee q$ și $p \supset r^{18}$, două dintre premisele dilemei constructive; $\sim q \vee \sim r$ și $p \supset q$, două dintre premisele dilemei distructive¹⁹; $p \supset q$ și $q \supset r$, premisele tranzitivității.

Fie prima pereche menționată: p și $p \supset q$ sunt unul în lista de subcontrare a celuilalt. Aceeași relație se află și între celelalte perechi.

Pe de o parte, este evident că, așa cum funcțiile ψ sunt reciproc subcontrare atunci când sunt considerate separat, în tabelul funcțiilor de adevăr, tot așa vor fi și dacă sunt puse în conjuncție. Având premise, ele *participă la scheme de inferență în calitate de concluzii*. Pe de altă parte, simpla lor alăturare conjunctivă, permite deducerea din ele a unor concluzii. Aceasta le pune la rândul lor în ipostaza de premise, în cadrul inferențelor. Cu alte cuvinte, în timp ce separat se comportă ca niște funcții ψ , în conjuncție se comportă ca o funcție ϕ .

Ceea ce stoicii numeau indemonstrabile²⁰ sunt inferențe ale căror perechi de premise sunt anumite selecții din submulțimea de selecții posibile din tabelul funcțiilor de adevăr. Ca urmare, ceea ce ne propunem ca scop este nu atât *verificarea unei ipoteze*, cât *ilustrarea concluziei* desprinsă din cele de mai sus, conform căreia:

premisele unor indemonstrabile stoiciene și unele dintre premisele dilemelor sunt reciproc subcontrare

3. SUBCONTRARIETATE. DEFINIȚIE ȘI ANALIZĂ

Pentru aceasta reactualizăm definiția matriceală subcontrarietății, pornind de la condițiile semantice ale acesteia. Comparativ cu versiunea autorului, am inversat succesiunea celor două condiții pentru a respecta ordinea din matrice²¹.

Dacă $\nu(p) = 1$ atunci $\nu(\neg p) = 1$ sau $\nu(\neg p) = 0$

Dacă $\nu(p) = 0$ atunci $\nu(\neg p) = 1$ ²²

p	$\neg p$
1	1
	0
0	1

¹⁵ *Ibidem*, p. 139.

¹⁶ *Ibidem*, pp. 126–129.

¹⁷ *Ibidem*, p. 135–136.

¹⁸ *Ibidem*, p. 323, 324, 325, 329, 349.

¹⁹ Pentru care adoptăm o formalizare bazată pe analogia cu dilema constructivă.

²⁰ Diogene Laertios, *op. cit.*, p. 352.

²¹ D. Gheorghiu, *op. cit.*, p. 132.

²² *Ibidem*, p. 132.

Prima condiție arată că subcontrarele reciproce pot fi împreună adevărate. În linia în care $\nu(p) = 1$ subcontrara acesteia $\neg p$ poate fi adevărată. În aceeași interpretare cele două pot fi împreună adevărate²³. Mai sintetic exprimat, cele două au cel puțin un model comun. Aceasta înseamnă că intersecția mulțimii de modele ale celor două este nonvidă (1). În limbaj cuantificat spus, există ceva care aparține ambelor mulțimi de modele (2).

A doua condiție arată că subcontrarele nu sunt împreună false. Dacă una dintre ele este falsă, cealaltă este adevărată. În acest sens putem compara cele două coloane în linia 2 în care $\nu(p) = 0$ și în dreptul căreia $\nu(\neg p) = 1$. Dar tot la fel se poate citi și coloana din dreapta de sub $\neg p$, anume compartimentul de jos al liniei 1 în care $\nu(\neg p) = 0$. În dreptul acesteia pe coloana lui p valoarea acesteia este 1. Cele două nu pot fi false în aceeași interpretare²⁴. Ceea ce înseamnă că nu au contramodelle comune. Mulțimea de contramodelle ale celor două premise este vidă (3). Ceea ce este contramodel al uneia dintre cele două subcontrare este model al celeilalte²⁵(4). În sinteză, opoziția non-clasică dintre premisele unor inferențe clasice poate redată astfel:

premisele acestora sunt reciproc *subcontrare*: $\neg(P_1, P_2)$.

- 1) $\mathcal{M}(P_1) \cap \mathcal{M}(P_2) \neq \emptyset$
- 2) $\exists \langle F \rangle (\langle F \rangle \in \mathcal{M}(P_1) \ \& \ \langle F \rangle \in \mathcal{M}(P_2))$
- 3) $\mathcal{CM}(P_1) \cap \mathcal{CM}(P_2) = \emptyset$
- 4) $\forall \langle F \rangle (\langle F \rangle \in \mathcal{CM}(P_1) \supset \langle F \rangle \in \mathcal{M}(P_2))$

4. SUBCONTRARIETATEA ÎN INDEMONSTRABILELE STOICIENE

4.1. SUBCONTRARIETATEA PREMISELOR LUI MODUS PONENS

Ceea ce astăzi numim modus ponens apare la Diogene Laertios ca primul indemonstrabil. Dăm mai jos forma concretă a raționamentului așa cum apare la doxograful menționat. O observație importantă este că doar din condiționalul arătat nu rezultă vreo concluzie. Ceea ce se poate întâmpla dacă adăugăm o specificare a antecedentului. Schema introdusă de către Diogene Laertios este astfel o regulă de eliminare a condiționalului²⁶, chiar dacă doxograful antic nu a numit-o astfel. Alăturăm actuala formalizare oferită de un autor contemporan precum Patrik Hurley.

²³ *Ibidem.*

²⁴ *Ibidem.*

²⁵ *Ibidem.*

²⁶ P. D. Magnus, *An Introduction to formal logic*, 2009, p. 114, <http://www.fecundity.com/logic>.

Modus ponens

„Dacă-i primul atunci e și al doilea.	$p \supset q$
<u>Or primul este.</u>	\underline{p}
De aceea este și al doilea” ²⁷	p ²⁸

Premisele lui modus ponens $p \supset q$, p ²⁹ sunt reciproc *subcontrare*. Ceea ce înseamnă că fiecare premisă stă pentru o mulțime nonvidă și finită de modele. Mulțimea de modele pentru $p \supset q$, notată $\mathcal{M}(p \supset q)$ este $\{ \langle pq \rangle, \langle \sim pq \rangle, \langle \sim p \sim q \rangle \}$. Mulțimea de modele pentru p notată $\mathcal{M}(p)$ este $\{ \langle pq \rangle, \langle p \sim q \rangle \}$. Intersecția celor două mulțimi este nonvidă la rândul său. Ceea ce înseamnă că există modele comune, în acest caz fiind vorba despre $\langle pq \rangle$.

- 1) $\mathcal{M}(p \supset q) \cap \mathcal{M}(p) \neq \emptyset$
- 1.1) $\mathcal{M}(p \supset q) = \{ \langle pq \rangle, \langle \sim pq \rangle, \langle \sim p \sim q \rangle \}$
- 1.2) $\mathcal{M}(p) = \{ \langle pq \rangle, \langle p \sim q \rangle \}$
- $\{ \langle pq \rangle, \langle \sim pq \rangle, \langle \sim p \sim q \rangle \} \cap \{ \langle pq \rangle, \langle p \sim q \rangle \} \neq \emptyset$

Nonviditatea intersecției celor două mulțimi de modele îi corespunde existența unui model care aparține ambelor mulțimi de modele corespunzătoare celor două premise. Cu alte cuvinte, am beneficiat de o uzanță anterior stabilită de a exprima astfel de situații prin cuantificarea existențială și conectorul conjuncției³⁰. Am eliminat acest cuantor exemplificându-l prin modelul $\langle pq \rangle$:

- 2) $\langle pq \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle pq \rangle \in \mathcal{M}(p)$

Situația contramodelelor este diferită. Fiecare premisă stă și pentru o mulțime de contramodele. Mulțimea contramodelelor lui $p \supset q$, notată prin $C\mathcal{M}(p \supset q)$, se compune din $\{ \langle p \sim q \rangle \}$. Iar mulțimea contramodelelor lui p , notată prin $C\mathcal{M}(p)$, constă din contramodelele $\{ \langle \sim pq \rangle, \langle \sim p \sim q \rangle \}$. Și aici ambele mulțimi sunt non-vidă. Spre deosebire de situația modelelor, se arată mai jos că mulțimea contramodelelor este vidă. Ceea ce înseamnă că cele două nu au contramodele comune, respectiv că nu sunt false în aceleași situații.

- 3) $C\mathcal{M}(p \supset q) \cap C\mathcal{M}(p) = \emptyset$
- 3.1) $C\mathcal{M}(p \supset q) = \{ \langle p \sim q \rangle \}$
- 3.2) $C\mathcal{M}(p) = \{ \langle \sim pq \rangle, \langle \sim p \sim q \rangle \}$
- 3.3) $\{ \langle p \sim q \rangle \} \cap \{ \langle \sim pq \rangle, \langle \sim p \sim q \rangle \} = \emptyset$

²⁷ Diogene Laertios, *op. cit.*, p. 352.

²⁸ Patrick Hurley, *A concise introduction to logic*, Publisher Hilly J. Allan, California, 2006, p. 322.

²⁹ P. Hurley, *op. cit.*, p. 322, 326, 658.

³⁰ Dumitru Gheorghiu, *Este „problema existenței în silogistică” o problemă?*, în vol. *Existență contradicție, adevăr*, Ed. Trei, București, 2005, p. 66.

Ca și în cazul modelelor, am dat și o expresie cuantificată acestei relații. Vedității mulțimii de contramodelle comune îi corespunde faptul că dacă un fapt aparține mulțimii de contramodelle ale uneia dintre premise, atunci același aparține mulțimii de modele ale celeilalte premise. Și în acest caz, am beneficiat de o uzanță anterior stabilită pentru astfel de situații de a folosi cuantificarea universală și conectorul implicație materială, mutată la nivel metateoretic³¹. Am eliminat acest cuantor, exemplificându-l succesiv prin câte un contramodel al unei premise care este model al celeilalte. În acest caz, este vorba despre: $\langle p \sim q \rangle$, $\langle \sim pq \rangle$, $\langle \sim p \sim q \rangle$.

- 4.1) $\langle p \sim q \rangle \in \mathcal{CM}(p \supset q) \supset \langle p \sim q \rangle \in \mathcal{M}(p)$
 4.2) $\langle \sim pq \rangle \in \mathcal{CM}(p) \supset \langle \sim pq \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q)$
 4.3) $\langle \sim p \sim q \rangle \in \mathcal{CM}(p) \supset \langle \sim p \sim q \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q)$

4.2. SUBCONTRARIETATEA PREMISELOR LUI MODUS TOLLENS

În caracterizarea celui de-al doilea raționament pe care astăzi îl numim modus tollens, Diogene Laertios introduce termenul de contrarietate³². Premisa a doua, „este noapte”, este considerată ca fiind contrara terminalei din propoziția ipotetică „dacă este ziua atunci este lumină”³³. Pe de altă parte, doxograful concluzionează prin „nu-i ziua”, considerată contrara³⁴ inițialei „...e ziua...”³⁵. Schema beneficiază de formalizări ce utilizează majuscule³⁶ sau minuscule, dintre care le alegem pe ultimele³⁷

Modus tollens

„Dacă este ziua atunci este lumină Or este noapte De aceea nu-i ziua” ³⁸	$p \supset q$ $\sim q$ $\sim p$ ³⁹
---	---

Premisele lui modus tollens $p \supset q$ și $\sim q$ ⁴⁰ sunt reciproc *subcontrare*:

- 1) $\mathcal{M}(p \supset q) \cap \mathcal{M}(\sim q) \neq \emptyset$
 1.1) $\mathcal{M}(p \supset q) = \{ \langle pq \rangle, \langle \sim pq \rangle, \langle \sim p \sim q \rangle \}$
 1.2) $\mathcal{M}(\sim q) = \{ \langle p \sim q \rangle, \langle \sim p \sim q \rangle \}$
 1.3) $\{ \langle pq \rangle, \langle \sim pq \rangle, \langle \sim p \sim q \rangle \} \cap \{ \langle p \sim q \rangle, \langle \sim p \sim q \rangle \} \neq \emptyset$
 2) $(\langle \sim p \sim q \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle \sim p \sim q \rangle \in \mathcal{M}(\sim q))$

³¹ *Ibidem*.

³² D. Laertios, *op. cit.*, p. 352.

³³ *Ibidem*.

³⁴ Contrară pe care noi astăzi o caracterizăm, ca fiind mai degrabă contradictoria. Ar putea fi vorba despre o indistinție între cele două tipuri de negație

³⁵ Laertios, Diogene, *op cit.*

³⁶ P. D. Magnus, *An Introduction to formal logic*, 2009, p. 119 <http://www.fecundity.com/logic>.

³⁷ P. Hurley, *op. cit.*, p. 322, 338, 677.

³⁸ Laertios, D., *op cit.*

³⁹ Hurley, P., *op cit.*

⁴⁰ *Ibidem*.

- 3) $\mathcal{CM}(p \supset q) \cap \mathcal{CM}(\sim q) = \emptyset$
 3.1) $\mathcal{CM}(p \supset q) = \{ \langle p \sim q \rangle \}$
 3.2) $\mathcal{CM}(\sim q) = \{ \langle pq \rangle, \langle \sim pq \rangle \}$
 3.3) $\{ \langle p \sim q \rangle \} \cap \{ \langle pq \rangle, \langle \sim pq \rangle \} = \emptyset$
 4.1) $(\langle p \sim q \rangle \in \mathcal{CM}(p \supset q) \supset \langle p \sim q \rangle \in \mathcal{M}(\sim q))$
 4.2) $(\langle pq \rangle \in \mathcal{CM}(\sim q) \supset \langle pq \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q))$
 4.3) $(\langle \sim p, q \rangle \in \mathcal{CM}(\sim q) \supset \langle \sim p, q \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q))$

4.3. SUBCONTRARIETATEA PREMISELOR SILOGISMULUI DE INCOMPATIBILITATE

Prima dintre premisele celui de-al treilea indemonstrabil este numită de către D. Laertios *reunire de propoziții negative*⁴¹. Astăzi o putem înțelege ca fiind forma $\sim p \vee \sim q$. Altfel nu am putea explica de ce „Nu poate fi Platon și mort, și în viață”⁴² ar trebui considerată astfel. A doua premisă este caracterizată ca membru al conjuncției⁴³. Iar concluzia este contrariul celeilalte propozițiuni⁴⁴. Astfel, el tratează premisa inițială ca o conjuncție de propoziții negată $\sim(p \& q)$, pe care astăzi o numim incompatibilitate notată p / q . Ultimele două sunt echivalente⁴⁵, la fel sunt și p / q și $\sim p \vee \sim q$ ⁴⁶. Ambele echivalențe pot fi găsite și în literatura română de logică⁴⁷. Din care concluzionăm asupra echivalenței dintre $\sim(p \& q)$ și $\sim p \vee \sim q$ ⁴⁸. Diogene Laertios folosește implicit această echivalență cu privire la raționamentul în discuție. Menționăm mai jos forma completă a raționamentului după Diogene Laertios. Pe lângă aceasta, adăugăm o a doua formă, mai direct asemănătoare cu simbolism modern asociat lui. Unii logicieni consideră că silogismul de incompatibilitate este un silogismul disjunctiv cu părți negative⁴⁹. Ca urmare, exceptând metavariabilele, adoptăm o formalizare precum cea de mai jos:

Silogismul după Diogene Laertios

1. „Nu poate fi Platon și mort, și în viață.	1. „Nu sunt ambele părți adevărate.
2. <u>Dar este mort.</u>	2. <u>Dar una este adevărată.</u>
3. De aceea nu-i în viață.” ⁵⁰	3. De aceea cealaltă este falsă.” ⁵¹

⁴¹ Laertios, Diogene, *op cit.*

⁴² *Ibidem.*

⁴³ *Ibidem.*

⁴⁴ *Ibidem.*

⁴⁵ $p / q \equiv \sim(p \& q)$.

⁴⁶ $p / q \equiv \sim p \vee \sim q$.

⁴⁷ Cornel Popa, *Logica predicatelor*, Ed. Hyperion XXI, București, 1992, p. 74.

⁴⁸ $\sim(p \& q) \equiv \sim p \vee \sim q$, rezultă din notele 43 și 44.

⁴⁹ J. Harry Gensler, *Introduction to logic*, Ed. Routledge, New York, 2010, p. 147.

⁵⁰ Diogene Laertios, *op cit.*

⁵¹ J.H. Gensler, *op. cit.*, pp. 146–147.

Reformulare adecvată simbolismului

1. Platon nu este mort sau nu este în viață.	$\sim p \vee \sim q$
<u>2. Platon este mort.</u>	p
3. Prin urmare Platon nu este în viață.	$\sim q$ ⁵²

Premisele silogismului de incompatibilitate $p \vee q, \sim p$ ⁵³ sunt reciproc *subcontrare*:

- 1) $\mathcal{M}(\sim p \vee \sim q) \cap \mathcal{M}(p) \neq \emptyset$
- 1.1) $\mathcal{M}(\sim p \vee \sim q) = \{ \langle p \sim q \rangle, \langle \sim p q \rangle, \langle \sim p \sim q \rangle \}$
- 1.2) $\mathcal{M}(p) = \{ \langle p q \rangle, \langle p \sim q \rangle \}$
- 1.3) $\{ \langle p \sim q \rangle, \langle \sim p q \rangle, \langle \sim p \sim q \rangle \} \cap \{ \langle p q \rangle, \langle p \sim q \rangle \} \neq \emptyset$
- 2) $(\langle p \sim q \rangle \in \mathcal{M}(\sim p \vee \sim q) \ \& \ \langle p \sim q \rangle \in \mathcal{M}(p))$
- 3) $\mathcal{CM}(\sim p \vee \sim q) \cap \mathcal{CM}(p) = \emptyset$
- 3.1) $\mathcal{CM}(\sim p \vee \sim q) = \{ \langle p q \rangle \}$
- 3.2) $\mathcal{CM}(p) = \{ \langle \sim p q \rangle, \langle \sim p \sim q \rangle \}$
- 3.3) $\{ \langle p q \rangle \} \cap \{ \langle \sim p q \rangle, \langle \sim p \sim q \rangle \} = \emptyset$
- 4.1) $(\langle p q \rangle \in \mathcal{CM}(\sim p \vee \sim q) \supset \langle p q \rangle \in \mathcal{M}(p))$
- 4.2) $(\langle \sim p q \rangle \in \mathcal{CM}(p) \supset \langle \sim p q \rangle \in \mathcal{M}(\sim p \vee \sim q))$
- 4.3) $(\langle \sim p \sim q \rangle \in \mathcal{CM}(p) \supset \langle \sim p \sim q \rangle \in \mathcal{M}(\sim p \vee \sim q))$

**4.4. EXCEPȚIA DE LA SUBCONTRARIETATE A PREMISELOR
SILOGISMULUI DISJUNCTIV EXCLUSIV**

Faptul că premisa a doua coincide cu una dintre alternativele în disjuncție, în timp ce concluzia este opusul celeilalte alternative⁵⁴, sugerează că disjuncția este exclusivă. Aceasta spre deosebire de cazurile anterioare în care disjuncția inclusivă mergea împreună cu opoziția celei de a doua concluzii. Menționăm mai jos formularea lui Diogene Laertios, căreia îi alăturăm o propunere de formalizare.

Silogism disjunctiv exclusiv

1. „Sau primul, sau al doilea.	$p +$ ⁵⁵ q
2. Dar primul este.	p
3. De aceea, al doilea nu este.” ⁵⁶	$\sim q$

Premisele silogismului de incompatibilitate $p + q, \sim p$ ⁵⁷ sunt reciproc *subcontrare*:

- 1) $\mathcal{M}(\sim p + \sim q) \cap \mathcal{M}(p) \neq \emptyset$
- 1.1) $\mathcal{M}(\sim p + \sim q) = \{ \langle p \sim q \rangle, \langle \sim p q \rangle \}$
- 1.2) $\mathcal{M}(p) = \{ \langle p q \rangle, \langle p \sim q \rangle \}$

⁵² J. H. Gensler, *op cit.*

⁵³ P. Hurley, *op. cit.*, p. 321.

⁵⁴ Diogene Laertios, *op cit.*

⁵⁵ Gheorghe Enescu, *Logică și adevăr*, Ed. Politică, București, 1967, p. 235.

⁵⁶ Diogene Laertios, *op cit.*

⁵⁷ P. Hurley, *op cit.*

$$1.3) \{ \langle p \sim q \rangle, \langle \sim p q \rangle \} \cap \{ \langle p q \rangle, \langle p \sim q \rangle \} \neq \emptyset$$

$$2) (\langle p \sim q \rangle \in \mathcal{M}(\sim p + \sim q) \ \& \ \langle p \sim q \rangle \in \mathcal{M}(p))$$

În ceea ce privește mulțimea de modele, cele două premise ale silogismului disjunctiv exclusiv respectă regula generală a celorlalte indemonstrabile. Cele două mulțimi de modele au o intersecție nonvidă. Ceea ce corespunde faptului că premisele pot fi împreună adevărate.

$$3) \mathcal{CM}(\sim p + \sim q) \cap \mathcal{CM}(p) \neq \emptyset$$

$$3.1) \mathcal{CM}(\sim p + \sim q) = \{ \langle p q \rangle, \langle \sim p \sim q \rangle \}$$

$$3.2) \mathcal{CM}(p) = \{ \langle \sim p q \rangle, \langle \sim p \sim q \rangle \}$$

$$3.3) \{ \langle p q \rangle, \langle \sim p \sim q \rangle \} \cap \{ \langle \sim p q \rangle, \langle \sim p \sim q \rangle \} \neq \emptyset$$

Însă în ceea ce privește mulțimile de contramodelle ale celor două premise, acestea au o intersecție nonvidă, la fel de ca și mulțimile de modele.

$$4) (\langle \sim p \sim q \rangle \in \mathcal{CM}(\sim p + \sim q) \ \& \ \langle \sim p \sim q \rangle \in \mathcal{CM}(p))$$

Altfel spus, un enunț metateoretic care ar spune că orice contramodel al uneia dintre aceste premise este model al celeilalte ar fi fals. Aceasta, deoarece se găsește un astfel de contramodel al uneia dintre ele care nu se regăsește în lista de modele ale celeilalte premise. Mai simplu spus, cele două premise au un contramodel comun, respectiv pot fi false împreună.

Prin ultimele două condiții, 3 cu subpunctele sale și 4, silogismul disjunctiv exclusiv, se dovedește a fi o excepție de la situația celorlalte indemonstrabile. Premisele sale nu sunt în opoziție subcontrară.

4.5. SUBCONTRARIETATEA PREMISELOR SILOGISMULUI DISJUNCTIV

Este al cincilea indemonstrabil, în ordinea expunerii doxografului grec. Premisa primă pare mai degrabă disjunctivă tare, căci el spune: „Ori e zi, ori e noapte”⁵⁸. Însă după cum introduce premisa a doua, ca opusul uneia din alternativele aflate în disjuncție⁵⁹, este limpede că are în vedere disjuncția slabă. P. D. Magnus subliniază că dacă am cunoaște doar disjuncția arătată, nu am putea concluziona nimic despre membrii ei, în cazul dat „e zi”, respectiv „e noapte”. Însă dacă știm că unul dintre acești membrii este fals, atunci putem concluziona asupra adevărului celuilalt⁶⁰. Dacă aducem în actualitate exemplificarea lui Diogene Laertios și o formalizare actuală:

⁵⁸ Diogene Laertios, *op cit.*

⁵⁹ *Ibidem.*

⁶⁰ P.D. Magnus, *An Introduction to formal logic*, 2009, p. 111, <http://www.fecundity.com/logic>.

Silogism disjunctiv

„Ori e zi, ori e noapte. <u>Ori nu e noapte.</u> Deci e zi.” ⁶¹	$p \vee q$ $\sim p$ q ⁶²
--	---

Premisele silogismului disjunctiv $p \vee q$, $\sim p$ ⁶³ sunt reciproc *subcontrare*:

- 1) $\mathcal{M}(p \vee q) \cap \mathcal{M}(\sim p) \neq \emptyset$
- 1.1) $\mathcal{M}(p \vee q) = \{ \langle pq \rangle, \langle p \sim q \rangle, \langle \sim pq \rangle \}$
- 1.2) $\mathcal{M}(\sim p) = \{ \langle \sim pq \rangle, \langle \sim p \sim q \rangle \}$
- 1.3) $\{ \langle pq \rangle, \langle p \sim q \rangle, \langle \sim pq \rangle \} \cap \{ \langle \sim pq \rangle, \langle \sim p \sim q \rangle \} \neq \emptyset$
- 2) $(\langle \sim pq \rangle \in \mathcal{M}(p \vee q) \ \& \ \langle \sim pq \rangle \in \mathcal{M}(\sim p))$
- 3) $\mathcal{CM}(p \vee q) \cap \mathcal{CM}(\sim p) = \emptyset$
- 3.1) $\mathcal{CM}(p \vee q) = \{ \langle \sim p \sim q \rangle \}$
- 3.2) $\mathcal{CM}(\sim p) = \{ \langle pq \rangle, \langle p \sim q \rangle \}$
- 3.3) $\{ \langle \sim p \sim q \rangle \} \cap \{ \langle pq \rangle, \langle p \sim q \rangle \} = \emptyset$
- 4.1) $(\langle \sim p \sim q \rangle \in \mathcal{CM}(p \vee q) \supset \langle \sim p \sim q \rangle \in \mathcal{M}(\sim p))$
- 4.2) $(\langle pq \rangle \in \mathcal{CM}(\sim p) \supset \langle pq \rangle \in \mathcal{M}(p \vee q))$
- 4.3) $(\langle p \sim q \rangle \in \mathcal{CM}(\sim p) \supset \langle p \sim q \rangle \in \mathcal{M}(p \vee q))$

5. SUBCONTRARIETATEA PREMISELOR TRANZITIVITĂȚII

Diogene Laertios nu menționează tranzitivitatea printre indemonstrabilele arătate în cartea a-VII-a, în zona fragmentelor 80–81, unde tratează despre acestea⁶⁴.

La rândul său, ca istoric al logicii, Anton Dumitriu arată că Aristotel o menționează în rândul raționamentelor ipotetice⁶⁵. Nu doar forma, dar și conținutul diferă de formalizarea familiară astăzi⁶⁶. Același autor o mai menționează ca pe o a treia proprietate de relații⁶⁷, cu referire la logica matematică a lui Giuseppe Peano (1858–1932), însă fără a-i asocia o formalizare⁶⁸.

Pentru logicieni contemporani precum Popa Cornel, tranzitivitatea este unul dintre cele cinci indemonstrabile stoiciene. Totuși, includerea printre indemonstrabile poate fi înțeleasă în sensul că, împreună cu acestea, dacă sunt aduse la forma

⁶¹ *Ibidem*.

⁶² J.H. Gensler, *op cit*.

⁶³ Hurley, P. *op cit.*, p. 321, 328.

⁶⁴ Diogene Laertios, *op cit.*, p. 353.

⁶⁵ Anton Dumitriu, *Istoria logicii*, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1975, p. 173.

⁶⁶ „dacă A antrenează necesarmente pe B și B antrenează necesarmente pe non-Γ, atunci A antrenează necesarmente pe non-Γ”. A. Dumitriu, *op. cit.*, p. 173. Tranzitivitatea este ușor de recunoscut chiar dacă apare non-Γ dar mai ales relația dintre membrii condiționalului care este antrenare necesară nu o simplă condiționare bazată pe „dacă... atunci...”

⁶⁷ Ca fiind precedată de către reflexivitate și simetrie.

⁶⁸ A. Dumitriu, *op. cit.*, p. 883.

clauzală, tranzitivitatea se dovedește un caz particular al principiului rezoluției. Idee pe care el o evidențiază în lucrări mai vechi⁶⁹ și o reia într-o lucrare mai recentă⁷⁰.

Unii logicieni actuali o numesc silogism ipotetic pur⁷¹, alții simplu silogism ipotetic, considerând-o regulă derivată⁷². Aici, adoptăm următoarea formalizare însoțind-o de o interpretare naturală⁷³.

Tranzitivitate

1. Dacă populația lumii continuă să crească, atunci orașele devin supra aglomerate.	$p \supset q$
2. Dacă orașele devin supra aglomerate, atunci poluarea devine inacceptabilă.	$q \supset r$
3. De aceea, dacă populația lumii continuă să crească, atunci poluarea devine inacceptabilă ⁷⁴ .	$p \supset r$ ⁷⁵

Premisele tranzitivității sau silogismul ipotetic $p \supset q, q \supset r$ ⁷⁶ sunt reciproc *subcontrare*.

Ceea ce înseamnă întâi că cele două mulțimi de modele ale premiselor au o intersecție non-vidă. Comparând listele de modele asociate celor două premise (1.1 și 1.2), se poate vedea că nonviditatea de la punctul 1 se confirmă la punctul 3.

$$1) \mathcal{M}(p \supset q) \cap \mathcal{M}(q \supset r) \neq \emptyset$$

$$1.1) \mathcal{M}(p \supset q) = \{ \langle pqr \rangle, \langle pq\sim r \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim pq\sim r \rangle, \langle \sim p\sim qr \rangle, \langle \sim p\sim q\sim r \rangle \}$$

$$1.2) \mathcal{M}(q \supset r) = \{ \langle pqr \rangle, \langle p\sim qr \rangle, \langle p\sim q\sim r \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim p\sim qr \rangle, \langle \sim p\sim q\sim r \rangle \}$$

$$1.3) \{ \langle pqr \rangle, \langle pq\sim r \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim pq\sim r \rangle, \langle \sim p\sim qr \rangle, \langle \sim p\sim q\sim r \rangle \} \cap \{ \langle pqr \rangle, \langle p\sim qr \rangle, \langle p\sim q\sim r \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim p\sim qr \rangle, \langle \sim p\sim q\sim r \rangle \} \neq \emptyset$$

Non-viditatea de la punctul 1.3 este o expresie negativă. Arătăm în ce constă aceasta în punctele 2.1-2.4 care urmează. Negarea vidității menționate se concretizează în existența a patru modele comune: $\langle pqr \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim p\sim qr \rangle, \langle \sim p\sim q\sim r \rangle$. Arătăm că fiecare dintre acestea aparține atât mulțimii de premise a primei implicații, respectiv $\mathcal{M}(p \supset q)$, cât și mulțimii de modele a celei de-a doua implicații, respectiv $\mathcal{M}(q \supset r)$. Ceea ce reprezintă tot atâtea variante de eliminare a cuantorului existențial de la acest punct din analiza inițială.

$$2.1) (\langle pqr \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q)) \ \& \ \langle pqr \rangle \in \mathcal{M}(q \supset r)$$

$$2.2) (\langle \sim pqr \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q)) \ \& \ \langle \sim pqr \rangle \in \mathcal{M}(q \supset r)$$

⁶⁹ Cornel Popa, *Logica predicatelor*, Ed. Hyperion XXI, București, 1992, p. 102–103.

⁷⁰ Cornel Popa, *Logică și metalogică*, vol I, Ed. Fundației România de Măine, București, 1992, p. 132–133.

⁷¹ P. Hurley, *op cit.*, p. 321, 338, 658.

⁷² P. D. Magnus, *An Introduction to formal logic*, 2009, p. 119, <http://www.fecundity.com/logic>.

⁷³ *Ibidem*.

⁷⁴ *Ibidem*.

⁷⁵ *Ibidem*.

⁷⁶ *Ibidem*.

$$2.3) (\langle \sim p \sim q r \rangle \in \mathcal{M}((p \supset q)) \ \& \ \langle \sim p \sim q r \rangle \in \mathcal{M}(q \supset r))$$

$$2.4) (\langle \sim p \sim q \sim r \rangle \in \mathcal{M}((p \supset q)) \ \& \ \langle \sim p \sim q \sim r \rangle \in \mathcal{M}(q \supset r))$$

În partea a doua arătăm că cele două premise stau implicit pentru două mulțimi de contramodels: $\mathcal{CM}(p \supset q)$ și $\mathcal{CM}(q \supset r)$, a căror intersecție este vidă. Expunerea listei de contramodels a fiecărei premise (3.1 și 3.2) confirmă remarcă de la punctul 3, privind viditatea intersecției mulțimilor de contramodels.

$$3) \mathcal{CM}(p \supset q) \cap \mathcal{CM}(q \supset r) = \emptyset$$

$$3.1) \mathcal{CM}((p \supset q)) = \{\langle p \sim q r \rangle, \langle p \sim q \sim r \rangle\}$$

$$3.2) \mathcal{CM}(q \supset r) = \{\langle p q \sim r \rangle, \langle \sim p q \sim r \rangle\}$$

$$3.3) \{\langle p \sim q r \rangle, \langle p \sim q \sim r \rangle\} \cap \{\langle p q \sim r \rangle, \langle \sim p q \sim r \rangle\} = \emptyset$$

În continuare, eliminăm cunatificatorul universal prin înlocuirea cu contramodelsle fiecărei premise. Pentru fiecare dintre contramodelsle uneia dintre premise, arătăm că se regăsește în lista de modele ale celeilalte.

$$4.1) (\langle p \sim q r \rangle \in \mathcal{CM}((p \supset q)) \supset \langle p \sim q r \rangle \in \mathcal{M}(q \supset r))$$

$$4.2) (\langle p \sim q \sim r \rangle \in \mathcal{CM}(p \supset q) \supset \langle p \sim q \sim r \rangle \in \mathcal{M}(q \supset r))$$

$$4.3) (\langle p q \sim r \rangle \in \mathcal{CM}(q \supset r) \supset \langle p q \sim r \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q))$$

$$4.4) (\langle \sim p q \sim r \rangle \in \mathcal{CM}(q \supset r) \supset \langle \sim p q \sim r \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q))$$

Merită accentuat că premisele tranzitivității $p \supset q$ și $q \supset r$ conțin aceeași funcție de adevăr. Aceasta nu-și este sieși subcontrară. În genere, niciun operator nu-și poate fie sieși subcontrar. Totuși, în componența acestor variabile pq , qr cele două implicații sunt totuși reciproc subcontrare.

6. SUBCONTRARIETATEA UNOR PREMISE ALE DILEMELOR

Odată cu dilemele intrăm în domeniul unor raționamente clasice care au mai mult de două premise. Intenția este de a verifica dacă opoziția de subcontrarietate mai este prezentă, dacă da, atunci se verifică dacă între oricare dintre cele trei premise ale dilemelor, iar dacă nu, atunci care sunt perechile între care această opoziție non-clasică se conservă.

6.1. SUBCONTRARIETATEA PREMISELOR DILEMEI COMPLEXE CONSTRUCTIVE

P. Hurley se referă de mai multe ori la acest gen de raționament⁷⁷. Ca un detaliu pentru ceea ce analizăm aici, aceasta implică doi pași modus ponens. Mai

⁷⁷ P. Hurley, *ibidem*, pp. 323, 324, 325, 329, 349, 658.

exact, premisa 3 și felul în care se deduce concluzia face ca dilema constructivă să fie analoagă unei compuneri de două scheme modus ponens⁷⁸.

Dilema complexă constructivă

1. Dacă alegem să folosim energia nucleară, atunci crește riscul unui accident nuclear.	$p \supset q$
2. Dacă alegem energia convențională, atunci crește riscul la adresa mediului natural.	$r \supset s$
<u>3. Alegem între energia nucleară și cea convențională.</u>	$p \vee r$
4. De aceea, crește riscul unui accident nuclear riscul la adresa mediului natural ⁷⁹ .	$q \vee s$ ⁸⁰

*) Premisele $p \supset q$, $p \vee r$ ale dilemei complexe constructive sunt reciproc *subcontrare*.

Anunțăm întâi ideea de principiu a nonvidității intersecției mulțimilor de modele asociate premiselor $p \supset q$ și $p \vee r$, respectiv $\mathcal{M}(p \supset q)$ și $\mathcal{M}(p \vee r)$ (1). Expunerea listei de modele ale fiecăreia dintre cele două premise permite observația (1.3) care reiterează remarca inițială (1).

$$1) \mathcal{M}(p \supset q) \cap \mathcal{M}(p \vee r) \neq \emptyset$$

$$1.1) \mathcal{M}(p \supset q) = \{ \langle pqr \rangle, \langle pqr \sim s \rangle, \langle pq \sim rs \rangle, \langle pq \sim r \sim s \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim pqr \sim s \rangle, \langle \sim pq \sim r \sim s \rangle, \langle \sim pq \sim r \sim s \rangle, \langle \sim p \sim qrs \rangle, \langle \sim p \sim qr \sim s \rangle, \langle \sim p \sim q \sim rs \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \sim s \rangle \}$$

$$1.2) \mathcal{M}(p \vee r) = \{ \langle pqr \rangle, \langle pqr \sim s \rangle, \langle pq \sim rs \rangle, \langle pq \sim r \sim s \rangle, \langle p \sim qrs \rangle, \langle p \sim qr \sim s \rangle, \langle p \sim q \sim rs \rangle, \langle p \sim q \sim r \sim s \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim pqr \sim s \rangle, \langle \sim p \sim qrs \rangle, \langle \sim p \sim qr \sim s \rangle \}$$

$$1.3) \{ \langle pqr \rangle, \langle pqr \sim s \rangle, \langle pq \sim rs \rangle, \langle pq \sim r \sim s \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim pqr \sim s \rangle, \langle \sim pq \sim r \sim s \rangle, \langle \sim pq \sim r \sim s \rangle, \langle \sim p \sim qrs \rangle, \langle \sim p \sim qr \sim s \rangle, \langle \sim p \sim q \sim rs \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \sim s \rangle \} \cap$$

$$\{ \langle pqr \rangle, \langle pqr \sim s \rangle, \langle pq \sim rs \rangle, \langle pq \sim r \sim s \rangle, \langle p \sim qrs \rangle, \langle p \sim qr \sim s \rangle, \langle p \sim q \sim rs \rangle, \langle p \sim q \sim r \sim s \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim pqr \sim s \rangle, \langle \sim p \sim qrs \rangle, \langle \sim p \sim qr \sim s \rangle \} \neq \emptyset$$

Eliminăm cuantorul existențial care reexprimă ideea punctului 1, respectiv 1.3. Avem un număr de 8 modele comune, deci cu dublă apartenență, la ambele mulțimi de modele. Punctele 2.1 – 2.8 sunt tot atâtea eliminări ale cuantorului existențial prin care este exemplificată dubla apartenență, atât la $\mathcal{M}(p \supset q)$, cât și la $\mathcal{M}(p \vee r)$ a fiecăreia dintre modele din lista: $\langle pqr \rangle$, $\langle pqr \sim s \rangle$, $\langle pq \sim rs \rangle$, $\langle pq \sim r \sim s \rangle$, $\langle \sim pqr \rangle$, $\langle \sim pqr \sim s \rangle$, $\langle \sim p \sim qrs \rangle$, $\langle \sim p \sim qr \sim s \rangle$.

$$2.1) (\langle pqr \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle pqr \rangle \in \mathcal{M}(p \vee r))$$

$$2.2) (\langle pqr \sim s \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle pqr \sim s \rangle \in \mathcal{M}(p \vee r))$$

$$2.3) (\langle pq \sim rs \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle pq \sim rs \rangle \in \mathcal{M}(p \vee r))$$

⁷⁸ P. Hurley, *ibidem*, p. 349.

⁷⁹ *Ibidem*.

⁸⁰ *Ibidem*.

- 2.4) $\langle pq\sim r\sim s \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle pq\sim r\sim s \rangle \in \mathcal{M}(p \vee r)$
 2.5) $\langle \sim pqrs \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle \sim pqrs \rangle \in \mathcal{M}(p \vee r)$
 2.6) $\langle \sim pqr\sim s \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle \sim pqr\sim s \rangle \in \mathcal{M}(p \vee r)$
 2.7) $\langle \sim p\sim qrs \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle \sim p\sim qrs \rangle \in \mathcal{M}(p \vee r)$
 2.8) $\langle \sim p\sim qr\sim s \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle \sim p\sim qr\sim s \rangle \in \mathcal{M}(p \vee r)$

Cea de-a doua idee este inexistența contramodelelor comune pentru premisele $p \supset q$ și $p \vee r$ (3). Ceea ce poate fi vizualizat ca urmare a expunerii listei de modele pentru fiecare dintre cele două premise (3.1 și 3.2). Intersecția listei efective a acestor contramodelle permite observația că egalitatea de la 3 este adevărată:

- 3) $\mathcal{CM}(p \supset q) \cap \mathcal{CM}(p \vee r) = \emptyset$
 3.1) $\mathcal{CM}(p \supset q) = \{ \langle \sim p\sim qrs \rangle, \langle \sim p\sim qr\sim s \rangle, \langle \sim p\sim q\sim rs \rangle, \langle \sim p\sim q\sim r\sim s \rangle \}$
 3.2) $\mathcal{CM}(p \vee r) = \{ \langle \sim pq\sim rs \rangle, \langle \sim pq\sim r\sim s \rangle, \langle \sim p\sim q\sim rs \rangle, \langle \sim p\sim q\sim r\sim s \rangle \}$
 3.3) $\{ \langle \sim p\sim qrs \rangle, \langle \sim p\sim qr\sim s \rangle, \langle \sim p\sim q\sim rs \rangle, \langle \sim p\sim q\sim r\sim s \rangle \} \cap \{ \langle \sim pq\sim rs \rangle, \langle \sim pq\sim r\sim s \rangle, \langle \sim p\sim q\sim rs \rangle, \langle \sim p\sim q\sim r\sim s \rangle \} = \emptyset$

Urmează ilustrări repetate ale eliminării universalului. Ceea ce este o altă formă de a reexprima ideea de la punctul 3. Contramodellele lui $p \supset q$ se regăsesc în lista de modele ale lui $p \vee r$. Este valabilă și reciproca. Ca și în cazul modelelor avem o listă de 8 contramodelle însumându-le pe ale ambelor premise.

- 4.1) $\langle \sim p\sim qrs \rangle \in \mathcal{CM}(p \supset q) \supset \langle \sim p\sim qrs \rangle \in \mathcal{M}(p \vee r)$
 4.2) $\langle \sim p\sim qr\sim s \rangle \in \mathcal{CM}(p \supset q) \supset \langle \sim p\sim qr\sim s \rangle \in \mathcal{M}(p \vee r)$
 4.3) $\langle \sim p\sim q\sim rs \rangle \in \mathcal{CM}(p \supset q) \supset \langle \sim p\sim q\sim rs \rangle \in \mathcal{M}(p \vee r)$
 4.4) $\langle \sim p\sim q\sim r\sim s \rangle \in \mathcal{CM}(p \supset q) \supset \langle \sim p\sim q\sim r\sim s \rangle \in \mathcal{M}(p \vee r)$
 4.5) $\langle \sim pq\sim rs \rangle \in \mathcal{CM}(p \vee r) \supset \langle \sim pq\sim rs \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q)$
 4.6) $\langle \sim pq\sim r\sim s \rangle \in \mathcal{CM}(p \vee r) \supset \langle \sim pq\sim r\sim s \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q)$
 4.7) $\langle \sim p\sim q\sim rs \rangle \in \mathcal{CM}(p \vee r) \supset \langle \sim p\sim q\sim rs \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q)$
 4.8) $\langle \sim p\sim q\sim r\sim s \rangle \in \mathcal{CM}(p \vee r) \supset \langle \sim p\sim q\sim r\sim s \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q)$

***) Alte două dintre premisele dilemei complexe constructive $r \supset s$ și aceeași disjuncție $p \vee r$ sunt reciproc *subcontrare*:

Avem aceeași succesiune. Întâi, asertăm nonviditatea intersecției mulțimilor de modele ale celor două premise (1). După care expunerea listelor de modele permite observația că aceste liste au o intersecție non-vidă.

- 1) $\mathcal{M}(r \supset s) \cap \mathcal{M}(p \vee r) \neq \emptyset$
 1.1) $\mathcal{M}(r \supset s) = \{ \langle pqrs \rangle, \langle pq\sim rs \rangle, \langle pq\sim r\sim s \rangle, \langle p\sim qrs \rangle, \langle p\sim q\sim rs \rangle, \langle p\sim q\sim r\sim s \rangle, \langle \sim pqrs \rangle, \langle \sim pq\sim rs \rangle, \langle \sim pq\sim r\sim s \rangle, \langle \sim p\sim qrs \rangle, \langle \sim p\sim q\sim rs \rangle, \langle \sim p\sim q\sim r\sim s \rangle \}$
 1.2) $\mathcal{M}(p \vee r) = \{ \langle pqrs \rangle, \langle pqr\sim s \rangle, \langle pq\sim rs \rangle, \langle pq\sim r\sim s \rangle, \langle p\sim qrs \rangle, \langle p\sim qr\sim s \rangle, \langle p\sim q\sim rs \rangle, \langle p\sim q\sim r\sim s \rangle, \langle \sim pqrs \rangle, \langle \sim pqr\sim s \rangle, \langle \sim p\sim qrs \rangle, \langle \sim p\sim qr\sim s \rangle \}$

1.3. $\{ \langle p q r s \rangle, \langle p q \sim r s \rangle, \langle p q \sim r \sim s \rangle, \langle p \sim q r s \rangle, \langle p \sim q \sim r s \rangle, \langle p \sim q \sim r \sim s \rangle, \langle \sim p q r s \rangle, \langle \sim p q \sim r s \rangle, \langle \sim p q \sim r \sim s \rangle, \langle \sim p \sim q r s \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r s \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \sim s \rangle \} \cap \{ \langle p q r s \rangle, \langle p q r \sim s \rangle, \langle p q \sim r s \rangle, \langle p q \sim r \sim s \rangle, \langle p \sim q r s \rangle, \langle p \sim q r \sim s \rangle, \langle p \sim q \sim r s \rangle, \langle p \sim q \sim r \sim s \rangle, \langle \sim p q r s \rangle, \langle \sim p q \sim r s \rangle, \langle \sim p \sim q r s \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r s \rangle \} \neq \emptyset$

Nonvidității exprimate la punctul 1 și la subpunctele 1.1 – 1.3 ale acestuia îi corespunde eliminarea cuantorului existența. Eliminarea este ilustrată prin tot atâtea modele cu dublă apartenență la ambele mulțimi. Ceea ce înseamnă tot atâtea stări de fapte în care cele două premise pot fi adevărate împreună.

- 2.1) $\langle p q r s \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s) \ \& \ \langle p q r s \rangle \in \mathcal{M}(p \vee r)$
- 2.2) $\langle p q \sim r s \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s) \ \& \ \langle p q \sim r s \rangle \in \mathcal{M}(p \vee r)$
- 2.3) $\langle p q \sim r \sim s \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s) \ \& \ \langle p q \sim r \sim s \rangle \in \mathcal{M}(p \vee r)$
- 2.4) $\langle p \sim q r s \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s) \ \& \ \langle p \sim q r s \rangle \in \mathcal{M}(p \vee r)$
- 2.5) $\langle p \sim q \sim r s \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s) \ \& \ \langle p \sim q \sim r s \rangle \in \mathcal{M}(p \vee r)$
- 2.6) $\langle p \sim q \sim r \sim s \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s) \ \& \ \langle p \sim q \sim r \sim s \rangle \in \mathcal{M}(p \vee r)$
- 2.7) $\langle \sim p q r s \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s) \ \& \ \langle \sim p q r s \rangle \in \mathcal{M}(p \vee r)$
- 2.8) $\langle \sim p \sim q r s \rangle \in \mathcal{M}(p \supset s) \ \& \ \langle \sim p \sim q r s \rangle \in \mathcal{M}(p \vee r)$

Omoloaga aserțiunii 1 este 3, cea referitoare la contramodelle. Prin contrast cu aceea, aici este vorba despre mulțimi de contramodelle a căror intersecție este întâi asertată ca vidă (3), dar apoi prin intermediul celor două liste de contramodelle, asertarea vidității este chiar evidentă.

- 3) $C\mathcal{M}(r \supset s) \cap C\mathcal{M}(p \vee r) = \emptyset$
- 3.1) $C\mathcal{M}(r \supset s) = \{ \langle p q r \sim s \rangle, \langle p \sim q r \sim s \rangle, \langle \sim p q r \sim s \rangle, \langle \sim p \sim q r \sim s \rangle \}$
- 3.2) $C\mathcal{M}(p \vee r) = \{ \langle \sim p q \sim r s \rangle, \langle \sim p q \sim r \sim s \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r s \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \sim s \rangle \}$
- 3.3) $\{ \langle p q r \sim s \rangle, \langle p \sim q r \sim s \rangle, \langle \sim p q r \sim s \rangle, \langle \sim p \sim q r \sim s \rangle \} \cap \{ \langle \sim p q \sim r s \rangle, \langle \sim p q \sim r \sim s \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r s \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \sim s \rangle \} = \emptyset$

Și acum, explicităm prin intermediul cuantorului universal și a eliminării acestuia, ideea de la 3 și următoarele puncte subordonate acestuia. Un altfel de a spune că $r \supset s$ și $p \vee r$ nu pot fi împreună false este acela că fiecare contramodel al uneia dintre cele două premise se regăsește în lista modele ale celeilalte premise.

- 4.1) $\langle p q r \sim s \rangle \in C\mathcal{M}(r \supset s) \supset \langle p q r \sim s \rangle \in \mathcal{M}(p \vee r)$
- 4.2) $\langle p \sim q r \sim s \rangle \in C\mathcal{M}(r \supset s) \supset \langle p \sim q r \sim s \rangle \in \mathcal{M}(p \vee r)$
- 4.3) $\langle \sim p q r \sim s \rangle \in C\mathcal{M}(r \supset s) \supset \langle \sim p q r \sim s \rangle \in \mathcal{M}(p \vee r)$
- 4.4) $\langle \sim p \sim q r \sim s \rangle \in C\mathcal{M}(r \supset s) \supset \langle \sim p \sim q r \sim s \rangle \in \mathcal{M}(p \vee r)$
- 4.5) $\langle \sim p q \sim r s \rangle \in C\mathcal{M}(p \vee r) \supset \langle \sim p q \sim r s \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s)$
- 4.6) $\langle \sim p q \sim r \sim s \rangle \in C\mathcal{M}(p \vee r) \supset \langle \sim p q \sim r \sim s \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s)$

$$4.7) (\langle \sim p \sim q \sim r s \rangle \in \mathcal{CM}(p \vee r) \supset \langle \sim p \sim q \sim r s \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s))$$

$$4.8) (\langle \sim p \sim q \sim r \sim s \rangle \in \mathcal{CM}(p \vee r) \supset \langle \sim p \sim q \sim r \sim s \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s))$$

***)În finalul tratării acestei dileme, comparăm și cele două premise implicative. Intenția este de a scoate în evidență faptul că $p \supset q$ și $r \supset s$ nu sunt reciproc subcontrare.

Prima dintre componentele subcontrarietății se confirmă. Punctele 1- 1.3 permit observația că cei doi condiționali au modele comune.

$$1) \mathcal{M}(p \supset q) \cap \mathcal{M}(r \supset s) \neq \emptyset$$

$$1.1) \mathcal{M}(p \supset q) = \{ \langle p q r s \rangle, \langle p q r \sim s \rangle, \langle p q \sim r s \rangle, \langle p q \sim r \sim s \rangle, \langle \sim p q r s \rangle, \langle \sim p q r \sim s \rangle, \langle \sim p q \sim r s \rangle, \langle \sim p q \sim r \sim s \rangle \}$$

$$1.2) \mathcal{M}(r \supset s) = \{ \langle p q r s \rangle, \langle p q \sim r s \rangle, \langle p q \sim r \sim s \rangle, \langle \sim p q r s \rangle, \langle \sim p q \sim r s \rangle, \langle \sim p q \sim r \sim s \rangle, \langle \sim p \sim q r s \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r s \rangle \}$$

Parcurgând listele de modele de mai jos, se poate observa că prima, cea dinaintea de semnul \cap , coincide cu $\mathcal{M}(p \supset q)$, iar cea care succede aceluiași semn, coincide cu $\mathcal{M}(r \supset s)$. Parcurgerea lor conduce la observația că intersecția lor este non-vidă:

$$1.3) \{ \langle p q r s \rangle, \langle p q r \sim s \rangle, \langle p q \sim r s \rangle, \langle p q \sim r \sim s \rangle, \langle \sim p q r s \rangle, \langle \sim p q r \sim s \rangle, \langle \sim p q \sim r s \rangle, \langle \sim p q \sim r \sim s \rangle \} \cap \{ \langle p q r s \rangle, \langle p q \sim r s \rangle, \langle p q \sim r \sim s \rangle, \langle \sim p q r s \rangle, \langle \sim p q \sim r s \rangle, \langle \sim p \sim q r s \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r s \rangle \} \neq \emptyset$$

Eliminăm cuantorul existențial prin doar două astfel de modele pentru exemplificare.

$$2.1) \langle p q r s \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle p q r s \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s)$$

$$2.2) \langle p q \sim r s \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle p q \sim r s \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s)$$

Lista dublelor apartențe ale modelelor, pe lângă cele arătate la 2.1 și 2.2, poate continua cu: $\{ \langle \sim p q r s \rangle, \langle p q \sim r \sim s \rangle, \langle \sim p q \sim r s \rangle, \langle \sim p q \sim r \sim s \rangle, \langle \sim p \sim q r s \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r s \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \sim s \rangle \}$. Ceea ce înseamnă că avem tot atâtea variante de a ilustra eliminarea existențialului. Urmează să verificăm intersecția mulțimilor de contramodelle. Dacă aceasta este vidă, atunci $p \supset q$ și $r \supset s$ sunt subcontrare, altfel nu.

$$3) \mathcal{CM}(p \supset q) \cap \mathcal{CM}(r \supset s) \neq \emptyset$$

$$3.1) \mathcal{CM}(p \supset q) = \{ \langle \sim p \sim q r s \rangle, \langle \sim p \sim q r \sim s \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r s \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \sim s \rangle \}$$

$$3.2) \mathcal{CM}(r \supset s) = \{ \langle p q r \sim s \rangle, \langle p \sim q r \sim s \rangle, \langle \sim p q r \sim s \rangle, \langle \sim p \sim q r \sim s \rangle \}$$

$$3.3) \{ \langle \sim p \sim q r s \rangle, \langle \sim p \sim q r \sim s \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r s \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \sim s \rangle \} \cap \{ \langle p q r \sim s \rangle, \langle p \sim q r \sim s \rangle, \langle \sim p q r \sim s \rangle, \langle \sim p \sim q r \sim s \rangle \} \neq \emptyset$$

Iar decizia este una negativă. Astfel, prin $\langle p \sim qr \sim s \rangle$ intersecția celor două mulțimi de contramodel este non-vidă.

$$4. \langle p \sim qr \sim s \rangle \in CM(p \supset q) \ \& \ \langle p \sim qr \sim s \rangle \in CM(r \supset s)$$

Mai mult, un enunț metateoretic cuantificat universal, ca și în celelalte cazuri, conform căruia, orice contramodel al uneia dintre premise se găsește în lista de contramodel ale celeilalte premise este infirmat. Dimpotrivă, există un astfel de contramodel al premisei $p \supset q$ care aparține mulțimii de contramodel ale lui $r \supset s$, nicidecum mulțimii de modele a acesteia, ceea ce arată 4.

Evident, nefiind respectate toate condițiile definiției subcontrarității pentru acest cuplu al premiselor dilemei complexe constructive, concluzionăm că nu toate premisele acesteia sunt reciproc subcontrare.

6.2. SUBCONTRARIETATEA PREMISELOR DILEMEI SIMPLE CONSTRUCTIVE

Acest tip de dilemă nu este invocată în mod obișnuit. Ceea ce ar putea avea o explicație. Dilema simplă constructivă poate fi interpretată drept o concluzie a celei complexe constructive, prin substituția: $q/r; r/q; s/r$ ⁸¹. Sunt și autori care o consideră un tip aparte de raționament, în speță, ca pe o regulă derivată. Drept care, exceptând font-urile variabilelor⁸², o prezintă într-o formalizare similară celei adoptate mai jos. Pe de altă parte, dacă păstrăm convențiile de notare din exemplu pentru dilema complexă, obținem o primă premisă: *1. Dacă alegem să folosim energia nucleară, atunci alegem energia convențională.* Aceasta ar putea fi cu greu acceptată. Ceea ce înseamnă că chiar exemplul în limba naturală trebuie, fie măcar parțial, modificat.

Dilemă simplă constructivă

1. Dacă alegem să folosim energia nucleară, atunci crește riscul poluării.	$p \supset r$
2. Dacă alegem să folosim energia convențională, atunci crește riscul poluării.	$q \supset r$
<u>3. Alegem între energia nucleară și energia convențională.</u>	$p \vee q$
4. De aceea, crește riscul poluării. ⁸³	r ⁸⁴

*) premisele $p \supset r, p \vee q$ ale dilemei simple constructive sunt reciproc subcontrare:

$$1) \mathcal{M}(p \supset r) \cap \mathcal{M}(p \vee q) \neq \emptyset$$

$$1.1) \mathcal{M}(p \supset r) = \{ \langle pqr \rangle, \langle p \sim qr \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim pq \sim r \rangle, \langle \sim p \sim qr \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \rangle \}$$

⁸¹ Gheorghe Enescu, *Dicționar de logică*, Ed. Științifică și Enciclopedică, București, 1985, p. 90.

⁸² P. D. Magnus, *An Introduction to formal logic*, 2009, pp. 117–118 <http://www.fecundity.com/logic>.

⁸³ P. Hurley, *op cit.*.

⁸⁴ Ghe. Enescu, *op cit.*

$$1.2) \mathcal{M}(p \vee q) = \{ \langle pqr \rangle, \langle pq\sim r \rangle, \langle p\sim qr \rangle, \langle p\sim q\sim r \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim pq\sim r \rangle \}$$

$$2.1) (\langle pqr \rangle \in \mathcal{M}(p \supset r) \ \& \ \langle pqr \rangle \in \mathcal{M}(p \vee q))$$

$$2.2) (\langle p\sim qr \rangle \in \mathcal{M}(p \supset r) \ \& \ \langle p\sim qr \rangle \in \mathcal{M}(p \vee q))$$

$$2.3) (\langle \sim pqr \rangle \in \mathcal{M}(p \supset r) \ \& \ \langle \sim pqr \rangle \in \mathcal{M}(p \vee q))$$

$$2.4) (\langle \sim pq\sim r \rangle \in \mathcal{M}(p \supset r) \ \& \ \langle \sim pq\sim r \rangle \in \mathcal{M}(p \vee q))$$

$$3) \mathcal{CM}(p \supset r) \cap \mathcal{CM}(p \vee q) = \emptyset$$

$$3.1) \mathcal{CM}(p \supset r) = \{ \langle pq\sim r \rangle, \langle p\sim q\sim r \rangle \}$$

$$3.2) \mathcal{CM}(p \vee q) = \{ \langle \sim p\sim qr \rangle, \langle \sim p\sim q\sim r \rangle \}$$

$$3.3) \{ \langle pq\sim r \rangle, \langle p\sim q\sim r \rangle \} \cap \{ \langle \sim p\sim qr \rangle, \langle \sim p\sim q\sim r \rangle \} = \emptyset$$

$$4.1) (\langle pq\sim r \rangle \in \mathcal{CM}(p \supset r) \supset \langle pq\sim r \rangle \in \mathcal{M}(p \vee q))$$

$$4.2) (\langle p\sim q\sim r \rangle \in \mathcal{CM}(p \supset r) \supset \langle p\sim q\sim r \rangle \in \mathcal{M}(p \vee q))$$

$$4.3) (\langle \sim p\sim qr \rangle \in \mathcal{CM}(p \vee q) \supset \langle \sim p\sim qr \rangle \in \mathcal{M}(p \supset r))$$

$$4.4) (\langle \sim p\sim q\sim r \rangle \in \mathcal{CM}(p \vee q) \supset \langle \sim p\sim q\sim r \rangle \in \mathcal{M}(p \supset r))$$

**) Două dintre premisele dilemei simple constructive $q \supset r$, $p \vee q$ ⁸⁵ sunt reciproc *subcontrare*:

$$1) \mathcal{M}(q \supset r) \cap \mathcal{M}(p \vee q) \neq \emptyset$$

$$1.1) \mathcal{M}(q \supset r) = \{ \langle pqr \rangle, \langle p\sim qr \rangle, \langle p\sim q\sim r \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim p\sim qr \rangle, \langle \sim p\sim q\sim r \rangle \}$$

$$1.2) \mathcal{M}(p \vee q) = \{ \langle pqr \rangle, \langle pq\sim r \rangle, \langle p\sim qr \rangle, \langle p\sim q\sim r \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim pq\sim r \rangle \}$$

$$1.3) \{ \langle pqr \rangle, \langle p\sim qr \rangle, \langle p\sim q\sim r \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim p\sim qr \rangle, \langle \sim p\sim q\sim r \rangle \} \cap \{ \langle pqr \rangle, \langle pq\sim r \rangle, \langle p\sim qr \rangle, \langle p\sim q\sim r \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim pq\sim r \rangle \} \neq \emptyset$$

$$2.1) (\langle pqr \rangle \in \mathcal{M}(q \supset r) \ \& \ \langle pqr \rangle \in \mathcal{M}(p \vee q))$$

$$2.2) (\langle p\sim qr \rangle \in \mathcal{M}(q \supset r) \ \& \ \langle p\sim qr \rangle \in \mathcal{M}(p \vee q))$$

$$2.3) (\langle p\sim q\sim r \rangle \in \mathcal{M}(q \supset r) \ \& \ \langle p\sim q\sim r \rangle \in \mathcal{M}(p \vee q))$$

$$2.4) (\langle \sim pqr \rangle \in \mathcal{M}(q \supset r) \ \& \ \langle \sim pqr \rangle \in \mathcal{M}(p \vee q))$$

$$3) \mathcal{CM}(q \supset r) \cap \mathcal{CM}(p \vee q) = \emptyset$$

$$3.1) \mathcal{CM}(q \supset r) = \{ \langle pq\sim r \rangle, \langle \sim pq\sim r \rangle \}$$

$$3.2) \mathcal{CM}(p \vee q) = \{ \langle \sim p\sim qr \rangle, \langle \sim p\sim q\sim r \rangle \}$$

$$3.3) \{ \langle pq\sim r \rangle, \langle \sim pq\sim r \rangle \} \cap \{ \langle \sim p\sim qr \rangle, \langle \sim p\sim q\sim r \rangle \} = \emptyset$$

$$4.1) (\langle pq\sim r \rangle \in \mathcal{CM}(q \supset r) \supset \langle pq\sim r \rangle \in \mathcal{M}(p \vee q))$$

$$4.2) (\langle \sim pq\sim r \rangle \in \mathcal{CM}(q \supset r) \supset \langle \sim pq\sim r \rangle \in \mathcal{M}(p \vee q))$$

$$4.3) (\langle \sim p\sim qr \rangle \in \mathcal{CM}(p \vee q) \supset \langle \sim p\sim qr \rangle \in \mathcal{M}(q \supset r))$$

$$4.4) (\langle \sim p\sim q\sim r \rangle \in \mathcal{CM}(p \vee q) \supset \langle \sim p\sim q\sim r \rangle \in \mathcal{M}(q \supset r))$$

⁸⁵ P. Hurley, *op cit.*

***)Premise implicative $p \supset q$ și $r \supset s$ ale dilemei simple constructive nu sunt reciproc subcontrare.

Mulțimile lor de modele au o intersecție non-vidă. Aceasta reiese din examinarea vizuală a punctului 1.3.

$$1) \mathcal{M}(p \supset r) \cap \mathcal{M}(q \supset r) \neq \emptyset$$

$$1.1) \mathcal{M}(p \supset r) = \{ \langle pqr \rangle, \langle p\sim qr \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim pq\sim r \rangle, \langle \sim p\sim qr \rangle, \langle \sim p\sim q\sim r \rangle \}$$

$$1.2) \mathcal{M}(q \supset r) = \{ \langle pqr \rangle, \langle p\sim qr \rangle, \langle p\sim q\sim r \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim p\sim qr \rangle, \langle \sim p\sim q\sim r \rangle \}$$

$$1.3) \{ \langle pqr \rangle, \langle p\sim qr \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim pq\sim r \rangle, \langle \sim p\sim qr \rangle, \langle \sim p\sim q\sim r \rangle \} \cap \{ \langle pqr \rangle, \langle p\sim qr \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim p\sim qr \rangle, \langle \sim p\sim q\sim r \rangle \} \neq \emptyset$$

Cuantificarea existențială inițială poate fi eliminată prin aceste patru modele cu dublă apartenență în raport cu cele două mulțimi de modele. Astfel, condiția subcontrarității referitoare la intersecția non-vidă a mulțimilor de modele se respectă.

$$2.1) \langle pqr \rangle \in \mathcal{M}(p \supset r) \ \& \ \langle pqr \rangle \in \mathcal{M}(q \supset r)$$

$$2.2) \langle p\sim qr \rangle \in \mathcal{M}(p \supset r) \ \& \ \langle p\sim qr \rangle \in \mathcal{M}(q \supset r)$$

$$2.3) \langle \sim pqr \rangle \in \mathcal{M}(p \supset r) \ \& \ \langle \sim pqr \rangle \in \mathcal{M}(q \supset r)$$

$$2.4) \langle \sim pq\sim r \rangle \in \mathcal{M}(p \supset r) \ \& \ \langle \sim pq\sim r \rangle \in \mathcal{M}(q \supset r)$$

Cea de a doua condiție, privitoare la contramodelle este încălcată. Non-viditatea intersecției mulțimii de contramodelle menționată la 3 este ilustrată la 3.3.

$$3) \mathcal{CM}(p \supset r) \cap \mathcal{CM}(q \supset r) \neq \emptyset$$

$$3.1) \mathcal{CM}(p \supset r) = \{ \langle pq\sim r \rangle, \langle p\sim q\sim r \rangle \}$$

$$3.2) \mathcal{CM}(q \supset r) = \{ \langle pq\sim r \rangle, \langle \sim pq\sim r \rangle \}$$

$$3.3) \{ \langle pq\sim r \rangle, \langle p\sim q\sim r \rangle \} \cap \{ \langle pq\sim r \rangle, \langle \sim pq\sim r \rangle \} \neq \emptyset$$

Ca urmare, enunțul cuantificat universal de la punctul 4 devine fals. Deoarece nu numai dintre modele, dar și dintre contramodelle se găsește unul care are o dublă apartenență. Dubla apartenență a contramodelului $\langle pq\sim r \rangle$ este în loc de apartenența sa unilaterală la mulțimea de contramodelle a premisei $p \supset r$ să zicem, însoțită de apartenența aceluiași la lista de modele a premisei $q \supset r$.

$$4) \langle pq\sim r \rangle \in \mathcal{CM}(p \supset r) \ \& \ \langle pq\sim r \rangle \in \mathcal{M}(q \supset r)$$

Ca urmare, cu referire la intersecția mulțimilor de contramodelle ale premiselor $p \supset r$ și $q \supset r$, se poate decide că acestea nu sunt subcontrare și că, în genere, nu toate premisele dilemei simple constructive sunt subcontrare.

6.3. SUBCONTRARIETATEA PREMISELOR DILEMEI COMPLEXE DISTRUCTIVE

Pentru dilema complexă distructivă aducem în actualitate un exemplu, cât și formalizarea Hurley⁸⁶, diferită de cea de mai jos doar prin folosirea de minuscule. El arată că aceasta nu ar trebui considerată ca o regulă distinctă deoarece poate fi obținută prin substituție din dilema constructivă⁸⁷.

Dilemă complexă distructivă

Dacă trebuie să reducem efectul de seră, atunci trebuie să alegem energia nucleară.	$p \supset q$
Dacă vrem să reducem riscul unui accident nuclear, atunci trebuie să alegem energia convențională.	$r \supset s$
<u>Dar nu alegem energia nucleară sau nu alegem energia convențională.</u>	$\sim q \vee \sim s$
De aceea, nu reducem efectul de seră sau nu reducem riscul unui accident nuclear ⁸⁸ .	$\sim p \vee \sim r$ ⁸⁹

*) premisele $p \supset q$ și $\sim q \vee \sim s$ ale dilemei complexe distructive sunt reciproc *subcontrare*:

$$1) \mathcal{M}(p \supset q) \cap \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s) \neq \emptyset$$

$$1.1) \mathcal{M}(p \supset q) = \{ \langle pqr s \rangle, \langle pqr \sim s \rangle, \langle pq \sim r s \rangle, \langle pq \sim r \sim s \rangle, \langle \sim pqr s \rangle, \langle \sim pqr \sim s \rangle, \langle \sim pq \sim r s \rangle, \langle \sim pq \sim r \sim s \rangle, \langle \sim p \sim qrs \rangle, \langle \sim p \sim qr \sim s \rangle, \langle \sim p \sim q \sim rs \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \sim s \rangle \}$$

$$1.2) \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s) = \{ \langle pqr \sim s \rangle, \langle pq \sim r \sim s \rangle, \langle p \sim qrs \rangle, \langle p \sim qr \sim s \rangle, \langle p \sim q \sim rs \rangle, \langle p \sim q \sim r \sim s \rangle, \langle \sim pqr s \rangle, \langle \sim pq \sim r s \rangle, \langle \sim p \sim qrs \rangle, \langle \sim p \sim qr \sim s \rangle, \langle \sim p \sim q \sim rs \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \sim s \rangle \}$$

$$1.3) \{ \langle pqr s \rangle, \langle pqr \sim s \rangle, \langle pq \sim r s \rangle, \langle pq \sim r \sim s \rangle, \langle \sim pqr s \rangle, \langle \sim pqr \sim s \rangle, \langle \sim pq \sim r s \rangle, \langle \sim pq \sim r \sim s \rangle, \langle \sim p \sim qrs \rangle, \langle \sim p \sim qr \sim s \rangle, \langle \sim p \sim q \sim rs \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \sim s \rangle \} \cap$$

$$\{ \langle pqr \sim s \rangle, \langle pq \sim r \sim s \rangle, \langle p \sim qrs \rangle, \langle p \sim qr \sim s \rangle, \langle p \sim q \sim rs \rangle, \langle p \sim q \sim r \sim s \rangle, \langle \sim pqr s \rangle, \langle \sim pq \sim r s \rangle, \langle \sim p \sim qrs \rangle, \langle \sim p \sim qr \sim s \rangle, \langle \sim p \sim q \sim rs \rangle \} \neq \emptyset$$

$$2.1) (\langle pqr \sim s \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle pqr \sim s \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s))$$

$$2.2) (\langle pq \sim r \sim s \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle pq \sim r \sim s \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s))$$

$$2.3) (\langle \sim pqr \sim s \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle \sim pqr \sim s \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s))$$

$$2.4) (\langle \sim pq \sim r \sim s \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle \sim pq \sim r \sim s \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s))$$

$$2.5) (\langle \sim p \sim qrs \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle \sim p \sim qrs \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s))$$

$$2.6) (\langle \sim p \sim qr \sim s \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle \sim p \sim qr \sim s \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s))$$

$$2.7) (\langle \sim p \sim q \sim rs \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle \sim p \sim q \sim rs \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s))$$

$$2.8) (\langle \sim p \sim q \sim r \sim s \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle \sim p \sim q \sim r \sim s \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s))$$

⁸⁶ P. Hurley, *op. cit.*, p. 324.

⁸⁷ *Ibidem*, p. 349.

⁸⁸ *Ibidem*, p. 324.

⁸⁹ *Ibidem*.

- 3) $\mathcal{CM}(p \supset q) \cap \mathcal{CM}(\sim q \vee \sim s) = \emptyset$
 3.1) $\mathcal{CM}((p \supset q)) = \{ \langle p \sim qrs \rangle, \langle p \sim qr \sim s \rangle, \langle p \sim q \sim rs \rangle, \langle p \sim q \sim r \sim s \rangle \}$
 3.2) $\mathcal{CM}(\sim q \vee \sim s) = \{ \langle p qrs \rangle, \langle p q \sim rs \rangle, \langle \sim p qrs \rangle, \langle \sim p q \sim rs \rangle \}$
 3.3) $\{ \langle p \sim qrs \rangle, \langle p \sim qr \sim s \rangle, \langle p \sim q \sim rs \rangle, \langle p \sim q \sim r \sim s \rangle \} \cap \{ \langle p qrs \rangle, \langle p q \sim rs \rangle, \langle \sim p qrs \rangle, \langle \sim p q \sim rs \rangle \} = \emptyset$

- 4.1) $(\langle p \sim qrs \rangle \in \mathcal{CM}(p \supset q) \supset \langle p \sim qrs \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s))$
 4.2) $(\langle p \sim qr \sim s \rangle \in \mathcal{CM}(p \supset q) \supset \langle p \sim qr \sim s \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s))$
 4.3) $(\langle p \sim q \sim rs \rangle \in \mathcal{CM}(p \supset q) \supset \langle p \sim q \sim rs \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s))$
 4.4) $(\langle p \sim q \sim r \sim s \rangle \in \mathcal{CM}(p \supset q) \supset \langle p \sim q \sim r \sim s \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s))$
 4.5) $(\langle p qrs \rangle \in \mathcal{CM}(\sim q \vee \sim s) \supset \langle p qrs \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q))$
 4.6) $(\langle p q \sim rs \rangle \in \mathcal{CM}(\sim q \vee \sim s) \supset \langle p q \sim rs \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q))$
 4.7) $(\langle \sim p qrs \rangle \in \mathcal{CM}(\sim q \vee \sim s) \supset \langle \sim p qrs \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q))$
 4.8) $(\langle \sim p q \sim rs \rangle \in \mathcal{CM}(\sim q \vee \sim s) \supset \langle \sim p q \sim rs \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q))$

**) Premisele $r \supset s$ și $\sim q \vee \sim s$ ale dilemei complexe constructive sunt reciproc *subcontrare*:

- 1) $\mathcal{M}(r \supset s) \cap \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s) \neq \emptyset$
 1.1) $\mathcal{M}(r \supset s) = \{ \langle p qrs \rangle, \langle p q \sim rs \rangle, \langle p q \sim r \sim s \rangle, \langle p \sim qrs \rangle, \langle p \sim q \sim rs \rangle, \langle p \sim q \sim r \sim s \rangle, \langle \sim p qrs \rangle, \langle \sim p q \sim rs \rangle, \langle \sim p q \sim r \sim s \rangle, \langle \sim p \sim qrs \rangle, \langle \sim p \sim q \sim rs \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \sim s \rangle \}$
 1.2) $\mathcal{M}(\sim q \vee \sim s) = \{ \langle p q r \sim s \rangle, \langle p q \sim r \sim s \rangle, \langle p \sim qrs \rangle, \langle p \sim qr \sim s \rangle, \langle p \sim q \sim rs \rangle, \langle p \sim q \sim r \sim s \rangle, \langle \sim p q r \sim s \rangle, \langle \sim p q \sim r \sim s \rangle, \langle \sim p \sim qrs \rangle, \langle \sim p \sim qr \sim s \rangle, \langle \sim p \sim q \sim rs \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \sim s \rangle \}$
 1.3) $\{ \langle p qrs \rangle, \langle p q \sim rs \rangle, \langle p q \sim r \sim s \rangle, \langle p \sim qrs \rangle, \langle p \sim q \sim rs \rangle, \langle p \sim q \sim r \sim s \rangle, \langle \sim p qrs \rangle, \langle \sim p q \sim rs \rangle, \langle \sim p q \sim r \sim s \rangle, \langle \sim p \sim qrs \rangle, \langle \sim p \sim q \sim rs \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \sim s \rangle \} \cap \{ \langle p q r \sim s \rangle, \langle p q \sim r \sim s \rangle, \langle p \sim qrs \rangle, \langle p \sim qr \sim s \rangle, \langle p \sim q \sim rs \rangle, \langle p \sim q \sim r \sim s \rangle, \langle \sim p q r \sim s \rangle, \langle \sim p q \sim r \sim s \rangle, \langle \sim p \sim qrs \rangle, \langle \sim p \sim qr \sim s \rangle, \langle \sim p \sim q \sim rs \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \sim s \rangle \} \neq \emptyset$
 2.1) $(\langle p q \sim r \sim s \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s) \& \langle p q \sim r \sim s \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s))$
 2.2) $(\langle p \sim qrs \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s) \& \langle p \sim qrs \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s))$
 2.3) $(\langle p \sim q \sim rs \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s) \& \langle p \sim q \sim rs \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s))$
 2.4) $(\langle p \sim q \sim r \sim s \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s) \& \langle p \sim q \sim r \sim s \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s))$
 2.5) $(\langle \sim p q r \sim s \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s) \& \langle \sim p q r \sim s \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s))$
 2.6) $(\langle \sim p \sim qrs \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s) \& \langle \sim p \sim qrs \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s))$
 2.7) $(\langle \sim p \sim q \sim rs \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s) \& \langle \sim p \sim q \sim rs \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s))$
 2.8) $(\langle \sim p \sim q \sim r \sim s \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s) \& \langle \sim p \sim q \sim r \sim s \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s))$

- 3) $\mathcal{CM}(r \supset s) \cap \mathcal{CM}(\sim q \vee \sim s) = \emptyset$
 3.1) $\mathcal{CM}((r \supset s)) = \{ \langle p q r \sim s \rangle, \langle p \sim qr \sim s \rangle, \langle \sim p q r \sim s \rangle, \langle \sim p \sim qr \sim s \rangle \}$
 3.2) $\mathcal{CM}(\sim q \vee \sim s) = \{ \langle p qrs \rangle, \langle p q \sim rs \rangle, \langle \sim p qrs \rangle, \langle \sim p q \sim rs \rangle \}$
 3.3) $\{ \langle p q r \sim s \rangle, \langle p \sim q r \sim s \rangle, \langle \sim p q r \sim s \rangle, \langle \sim p \sim q r \sim s \rangle \} \cap \{ \langle p qrs \rangle, \langle p q \sim rs \rangle, \langle \sim p qrs \rangle, \langle \sim p q \sim rs \rangle \} = \emptyset$

- 4.1) $\langle pqr\sim s \rangle \in \mathcal{CM}(r \supset s) \supset \langle pqr\sim s \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s)$
- 4.2) $\langle p\sim qr\sim s \rangle \in \mathcal{CM}(r \supset s) \supset \langle p\sim qr\sim s \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s)$
- 4.3) $\langle \sim pqr\sim s \rangle \in \mathcal{CM}(r \supset s) \supset \langle \sim pqr\sim s \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s)$
- 4.4) $\langle \sim p\sim qr\sim s \rangle \in \mathcal{CM}(r \supset s) \supset \langle \sim p\sim qr\sim s \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim s)$
- 4.5) $\langle pqr s \rangle \in \mathcal{CM}(\sim q \vee \sim s) \supset \langle pqr s \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s)$
- 4.6) $\langle pq\sim rs \rangle \in \mathcal{CM}(\sim q \vee \sim s) \supset \langle pq\sim rs \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s)$
- 4.7) $\langle \sim pqr s \rangle \in \mathcal{CM}(\sim q \vee \sim s) \supset \langle \sim pqr s \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s)$
- 4.8) $\langle \sim pq\sim rs \rangle \in \mathcal{CM}(\sim q \vee \sim s) \supset \langle \sim pq\sim rs \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s)$

***) premisele $p \supset q$ și $r \supset s$ ale dilemei complexe distructive nu sunt reciproc *subcontrare*:

Condiția de nonviditate a intersecției mulțimilor de modele este îndeplinită.

$$1) \mathcal{M}(p \supset q) \cap \mathcal{M}(r \supset s) \neq \emptyset$$

$$1.1) \mathcal{M}(p \supset q) = \{ \langle pqr s \rangle, \langle pqr\sim s \rangle, \langle pq\sim rs \rangle, \langle pq\sim r\sim s \rangle, \langle \sim pqr s \rangle, \langle \sim pqr\sim s \rangle, \langle \sim pq\sim rs \rangle, \langle \sim pq\sim r\sim s \rangle, \langle \sim p\sim qr\sim s \rangle, \langle \sim p\sim qr\sim s \rangle \}$$

$$1.2) \mathcal{M}(r \supset s) = \{ \langle pqr s \rangle, \langle pq\sim rs \rangle, \langle pq\sim r\sim s \rangle, \langle p\sim qr s \rangle, \langle p\sim qr\sim s \rangle, \langle p\sim q\sim r s \rangle, \langle p\sim q\sim r\sim s \rangle, \langle \sim pqr s \rangle, \langle \sim pq\sim rs \rangle, \langle \sim pq\sim r\sim s \rangle, \langle \sim p\sim qr s \rangle, \langle \sim p\sim qr\sim s \rangle, \langle \sim p\sim q\sim r s \rangle, \langle \sim p\sim q\sim r\sim s \rangle \}$$

$$1.3) \{ \langle pqr s \rangle, \langle pqr\sim s \rangle, \langle pq\sim rs \rangle, \langle pq\sim r\sim s \rangle, \langle \sim pqr s \rangle, \langle \sim pqr\sim s \rangle, \langle \sim pq\sim r s \rangle, \langle \sim pq\sim r\sim s \rangle, \langle \sim p\sim qr s \rangle, \langle \sim p\sim qr\sim s \rangle, \langle \sim p\sim q\sim r s \rangle, \langle \sim p\sim q\sim r\sim s \rangle \} \cap \{ \langle pqr s \rangle, \langle pq\sim rs \rangle, \langle pq\sim r\sim s \rangle, \langle p\sim qr s \rangle, \langle p\sim qr\sim s \rangle, \langle p\sim q\sim r s \rangle, \langle p\sim q\sim r\sim s \rangle, \langle \sim pqr s \rangle, \langle \sim pq\sim rs \rangle, \langle \sim pq\sim r\sim s \rangle, \langle \sim p\sim qr s \rangle, \langle \sim p\sim qr\sim s \rangle \} \neq \emptyset$$

Ca urmare, găsim cel puțin modelul $\langle pqr s \rangle$ cu dublă apartenență la lista de modele a ambelor premise. Acesta permite eliminarea cuantorului existențial din enunțul metateoretic inițial.

$$2. \langle pqr s \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle pqr s \rangle \in \mathcal{M}(r \supset s)$$

Însă nu numai intersecția mulțimilor de modele se dovedește a fi nonvidă, ci și aceea a mulțimilor de contramodele. Aceasta nu ar fi trebuit să se întâmple dacă cele două implicații ar fi fost subcontrare.

$$3) \mathcal{CM}(p \supset q) \cap \mathcal{CM}(r \supset s) \neq \emptyset$$

$$3.1) \mathcal{CM}(p \supset q) = \{ \langle p\sim qr s \rangle, \langle p\sim qr\sim s \rangle, \langle p\sim q\sim r s \rangle, \langle p\sim q\sim r\sim s \rangle \}$$

$$3.2) \mathcal{CM}(r \supset s) = \{ \langle pqr\sim s \rangle, \langle p\sim qr\sim s \rangle, \langle \sim pqr\sim s \rangle, \langle \sim p\sim qr\sim s \rangle \}$$

$$3.3) \{ \langle p\sim qr s \rangle, \langle p\sim qr\sim s \rangle, \langle p\sim q\sim r s \rangle, \langle p\sim q\sim r\sim s \rangle \} \cap \{ \langle pqr\sim s \rangle, \langle p\sim qr\sim s \rangle, \langle \sim pqr\sim s \rangle, \langle \sim p\sim qr\sim s \rangle \} \neq \emptyset$$

Ca urmare, este fals că orice contramodel al premisei $p \supset q$ se regăsește în lista de modele a premisei $r \supset s$. Ceea ce înseamnă că există un contramodel al

unei premise care este contramodel și al celeilalte. Mai simplu spus, există un contramodel cu apartenență la lista de contramodele a ambelor premise invocate.

$$4. \langle p \sim qr \sim s \rangle \in CM(p \supset q) \ \& \ \langle p \sim qr \sim s \rangle \in CM(r \supset s)$$

Așadar, și în cazul dilemei complexe distructive există două premise, în speță cele de formă implicativă, $p \supset q$ și $r \supset s$ care nu sunt reciproc subcontrare.

6.4. SUBCONTRARIETATEA PREMISELOR DILEMEI SIMPLE DISTRUCTIVE

Ca și în cazul celei constructive, derivăm prin substituție dilema simplă distructivă din cea complexă distructivă. Ca urmare, trebuie, de asemenea, operată o modificare și în conținutul propozițiilor prin care interpretăm formalismul în limba naturală. Astfel, prin substituțiile r/p ; s/r obținem:

Dilemă simplă distructivă

1. Dacă trebuie să reducem efectul de seră, atunci trebuie să alegem energia nucleară.	$p \supset q$
2. Dacă trebuie să reducem efectul de seră atunci reducem poluarea.	$p \supset r$
3. <u>Dar nu alegem energia nucleară sau nu reducem poluarea.</u>	$\sim q \vee \sim r$
4. De aceea nu reducem efectul de seră ⁹⁰ .	$\sim p$ ⁹¹

*) Două dintre premisele aceleiași dileme simple distructive $p \supset q$, $\sim q \vee \sim r$ ⁹² sunt reciproc *subcontrare*.

$$1) \mathcal{M}(p \supset q) \cap \mathcal{M}(\sim q \vee \sim r) \neq \emptyset$$

$$1.1) \mathcal{M}(p \supset q) = \{ \langle pqr \rangle, \langle pq \sim r \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim pq \sim r \rangle, \langle \sim p \sim qr \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \rangle \}$$

$$1.2) \mathcal{M}(\sim q \vee \sim r) = \{ \langle pq \sim r \rangle, \langle p \sim qr \rangle, \langle p \sim q \sim r \rangle, \langle \sim pq \sim r \rangle, \langle \sim p \sim qr \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \rangle \}$$

$$1.3) \{ \langle pqr \rangle, \langle pq \sim r \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim pq \sim r \rangle, \langle \sim p \sim qr \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \rangle \} \cap \{ \langle pq \sim r \rangle, \langle p \sim qr \rangle, \langle p \sim q \sim r \rangle, \langle \sim pq \sim r \rangle, \langle \sim p \sim qr \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \rangle \} \neq \emptyset$$

$$2.1) \langle pq \sim r \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle pq \sim r \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim r)$$

$$2.2) \langle \sim pq \sim r \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle \sim pq \sim r \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim r)$$

$$2.3) \langle \sim p \sim qr \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle \sim p \sim qr \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim r)$$

$$2.4) \langle \sim p \sim q \sim r \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle \sim p \sim q \sim r \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim r)$$

$$3) CM(p \supset q) \cap CM(\sim q \vee \sim r) = \emptyset$$

$$3.1) CM(p \supset q) = \{ \langle p \sim qr \rangle, \langle p \sim q \sim r \rangle \}$$

$$3.2) CM(\sim q \vee \sim r) = \{ \langle pqr \rangle, \langle \sim pqr \rangle \}$$

$$3.3) \{ \langle p \sim qr \rangle, \langle p \sim q \sim r \rangle \} \cap \{ \langle pqr \rangle, \langle \sim pqr \rangle \} = \emptyset$$

⁹⁰ *Ibidem.*

⁹¹ *Ibidem.*

⁹² *Ibidem.*

- 4.1) $\langle p \sim qr \rangle \in \mathcal{CM}(p \supset q) \ \& \ \langle p \sim qr \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim r)$
 4.2) $\langle p \sim q \sim r \rangle \in \mathcal{CM}(p \supset q) \ \& \ \langle p \sim q \sim r \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim r)$
 4.3) $\langle pqr \rangle \in \mathcal{CM}(\sim q \vee \sim r) \supset \langle pqr \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q)$
 4.4) $\langle \sim pqr \rangle \in \mathcal{CM}(\sim q \vee \sim r) \supset \langle \sim pqr \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q)$

***) Premisele $p \supset r$, $\sim q \vee \sim r$ ale dilemei simple distructive sunt reciproc *subcontrare*:

- 1) $\mathcal{M}(p \supset r) \cap \mathcal{M}(\sim q \vee \sim r) \neq \emptyset$
 1.1) $\mathcal{M}(p \supset r) = \{ \langle pqr \rangle, \langle p \sim qr \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim pq \sim r \rangle, \langle \sim p \sim qr \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \rangle \}$
 1.2) $\mathcal{M}(\sim q \vee \sim r) = \{ \langle pq \sim r \rangle, \langle p \sim qr \rangle, \langle p \sim q \sim r \rangle, \langle \sim pq \sim r \rangle, \langle \sim p \sim qr \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \rangle \}$
 1.3) $\{ \langle pqr \rangle, \langle p \sim qr \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim pq \sim r \rangle, \langle \sim p \sim qr \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \rangle \} \cap \{ \langle pq \sim r \rangle, \langle p \sim qr \rangle, \langle \sim pq \sim r \rangle, \langle \sim p \sim qr \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \rangle \} \neq \emptyset$

- 2.1) $\langle p \sim qr \rangle \in \mathcal{M}(p \supset r) \ \& \ \langle p \sim qr \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim r)$
 2.2) $\langle \sim pq \sim r \rangle \in \mathcal{M}(p \supset r) \ \& \ \langle \sim pq \sim r \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim r)$
 2.3) $\langle \sim p \sim qr \rangle \in \mathcal{M}(p \supset r) \ \& \ \langle \sim p \sim qr \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim r)$
 2.4) $\langle \sim p \sim q \sim r \rangle \in \mathcal{M}(p \supset r) \ \& \ \langle \sim p \sim q \sim r \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim r)$

- 3) $\mathcal{CM}(p \supset r) \cap \mathcal{CM}(\sim q \vee \sim r) = \emptyset$
 3.1) $\mathcal{CM}(p \supset r) = \{ \langle pq \sim r \rangle, \langle p \sim q \sim r \rangle \}$
 3.2) $\mathcal{CM}(\sim q \vee \sim r) = \{ \langle pqr \rangle, \langle \sim pqr \rangle \}$
 3.3) $\{ \langle pq \sim r \rangle, \langle p \sim q \sim r \rangle \} \cap \{ \langle pqr \rangle, \langle \sim pqr \rangle \} = \emptyset$

- 4.1) $\langle pq \sim r \rangle \in \mathcal{CM}(p \supset r) \supset \langle pq \sim r \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim r)$
 4.2) $\langle p \sim q \sim r \rangle \in \mathcal{CM}(p \supset r) \supset \langle p \sim q \sim r \rangle \in \mathcal{M}(\sim q \vee \sim r)$
 4.3) $\langle pqr \rangle \in \mathcal{CM}(\sim q \vee \sim r) \supset \langle pqr \rangle \in \mathcal{M}(p \supset r)$
 4.4) $\langle \sim pqr \rangle \in \mathcal{CM}(\sim q \vee \sim r) \supset \langle \sim pqr \rangle \in \mathcal{M}(p \supset r)$

****) Două dintre premisele aceleiași dileme compuse distructive $p \supset q$, $p \supset r$ nu sunt reciproc *subcontrare*.

Condiția intersecției non-vide a modelelor se respectă în sens foarte puternic. Cele mai multe modele sunt comune celor două premise.

- 1) $\mathcal{M}(p \supset q) \cap \mathcal{M}(p \supset r) \neq \emptyset$
 1.1) $\mathcal{M}(p \supset q) = \{ \langle pqr \rangle, \langle pq \sim r \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim pq \sim r \rangle, \langle \sim p \sim qr \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \rangle \}$
 1.2) $\mathcal{M}(p \supset r) = \{ \langle pqr \rangle, \langle p \sim qr \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim pq \sim r \rangle, \langle \sim p \sim qr \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \rangle \}$
 1.3) $\{ \langle pqr \rangle, \langle pq \sim r \rangle, \langle \sim pqr \rangle, \langle \sim pq \sim r \rangle, \langle \sim p \sim qr \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \rangle \} \cap \{ \langle pqr \rangle, \langle p \sim qr \rangle, \langle \sim pq \sim r \rangle, \langle \sim p \sim qr \rangle, \langle \sim p \sim q \sim r \rangle \} \neq \emptyset$

Ca urmare, specificarea existențialului din enunțul metateoretic inițial se poate face începând cu primul model $\langle pqr \rangle$ și exceptându-l pe al doilea, poate

continua cu toate celelalte modele. Practic aproape toate modelele au dublă apartenență la lista de modele a celor două premise. Reținem primul și ultimul din listele de contramodelle ale celor doi condiționali:

$$\begin{aligned} &\langle pqr \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle pqr \rangle \in \mathcal{M}(p \supset r) \\ &\dots\dots\dots \\ &\langle \sim p \sim q \sim r \rangle \in \mathcal{M}(p \supset q) \ \& \ \langle \sim p \sim q \sim r \rangle \in \mathcal{M}(p \supset r) \end{aligned}$$

Dar examinarea listei de contramodelle a acelorași premise permite observația că și intersecția acestora este de asemenea non-vidă. Aceasta nu ar fi trebuit să se întâmple dacă ele ar fi fost subcontrare.

- 3) $\mathcal{CM}(p \supset q) \cap \mathcal{CM}(p \supset r) \neq \emptyset$
- 3.1) $\mathcal{CM}(p \supset q) = \{ \langle p \sim qr \rangle, \langle p \sim q \sim r \rangle \}$
- 3.2) $\mathcal{CM}(p \supset r) = \{ \langle pq \sim r \rangle, \langle p \sim q \sim r \rangle \}$
- 3.3) $\{ \langle p \sim qr \rangle, \langle p \sim q \sim r \rangle \} \cap \{ \langle pq \sim r \rangle, \langle p \sim q \sim r \rangle \} \neq \emptyset$

Ca urmare, găsim un contramodel, anume $\langle p \sim q \sim r \rangle$ din lista de contramodelle ale premisei $p \supset q$, care în loc să se găsească în lista de modele ale premisei $p \supset r$, se găsește tot în lista de contramodelle a acesteia. Astfel, se falsifică cuantificarea universală din enunțul metateoretic inițial.

$$4. \ \langle p \sim q \sim r \rangle \in \mathcal{CM}(p \supset q) \ \& \ \langle p \sim q \sim r \rangle \in \mathcal{CM}(p \supset r)$$

De aceea, dubla apartenență a lui $\langle p \sim q \sim r \rangle$ înseamnă că cele două implicații pot fi împreună false. Pe lângă faptul că pot fi împreună adevărate. Ceea ce înseamnă că ele sunt două dintre premisele dilemei simple distructive care nu sunt reciproc subcontrare.

7. CONCLUZII

Între alte concluzii la care ne putem referi sunt și două distincții. Una dintre ele se referă la problema relației dintre expresiile limbii naturale de tip „dacă... atunci...”, pe de o parte, și operatorul implicație materială redat prin semnul \supset , pe de altă parte. Este obiectul unor largi analize care dintre propozițiile de forma „dacă...atunci...” ar trebui formalizate ca implicație materială și în care, nu. Cu alte cuvinte, în ultimă instanță este o problemă de decizie dacă o anumită apariție a tipului de propoziție menționat va fi formalizată prin semnul \supset . Altminteri, situația inversă pare mai simplă: aparițiile semnelui „ \supset ” vor fi interpretate în limba naturală prin „dacă...atunci...”. Chiar și așa, propozițiile de limbă naturală care pot fi puse în locul variabilelor propoziționale nu pot fi alese la întâmplare. Am considerat această problemă rezolvată anterior, în condițiile în care literatura de logică menționată se referă la condiționalii stoicienilor și astăzi îi traduce prin implicația materială.

Distingem între prezența unui anumit tip de relație, pe de o parte, și definiția unui operator și notarea acestuia printr-un anumit semn convențional distinct, pe de altă parte. În acest sens, operatorul negației subcontrare suplimentează într-adevăr logica clasică⁹³. Dar odată introdusă subcontrarietatea, se poate evidenția că tipul de opoziție pe care îl definește există deja atât între funcțiile logicii clasice, cât și între unele dintre premisele inferențelor acestei logici. Întâi, subcontrarietatea ca tip de relație logică există între funcțiile bivalente și abia apoi ea este definită în acest domeniu și capătă un nume căruia i se asociază un semn grafic convențional.

Sunt cel puțin două prezențe, pe care această opoziție non-clasică nu le presupune.

În primul rând, nu înseamnă că toate inferențele clasice au premise opuse subcontrar. Un exemplu este silogismul disjunctiv exclusiv, ale cărui premise sunt independente.

În al doilea rând, nu înseamnă că toate premisele unei inferențe clasice sunt opuse subcontrar. Astfel în cazul dilemelor, premisele condiționale nu sunt reciproc opuse subcontrar. Dar premisa disjunctivă se opune subcontrar cu fiecare dintre cele două premise condiționale.

Condiționalii inferențelor clasice arătate mai sus sunt considerați independent de orice alt context. Dar punem ipoteza că aceștia sunt desprinși dintr-un context nonclasic precum cel al logicii întrebărilor. Acestea conțin uneori supoziții existențiale⁹⁴. Aceste supoziții se pot scinda în supoziții primare și secundare⁹⁵. Iar între aceste supoziții există o relație de condiționare. Astfel, în timp ce adevărul celor primare condiționează adevărul celor secundare, falsul celor secundare îl condiționează pe al celor primare⁹⁶. Ceea ce înseamnă că chiar formalismul analizat anterior poate fi întâi interpretat în limba naturală, astfel încât apoi să se poată găsi un context interogativ în care să poată fi asamblat. Altfel spus, condiționalii, aserțiunile obișnuite, pot fi priviți din perspectiva, măcar a unei întrebări sau poate chiar a unei probleme, pentru care ei sunt un răspuns. Acești condiționali ne invită să ne întrebăm care este întrebarea pe care, dintr-un motiv sau altul, nu am formulat-o.

Prezența preocupare pentru relația non-clasică dintre premisele unor inferențe clasice alcătuiește o pereche cu altă preocupare similară, următoare, privind relația non-clasică dintre premise și contradictoria concluziei. Supoziția curentă este că avem de-a face cu o contradicție atunci când conjugăm premisele cu contradictoria concluziei unei inferențe clasice. Or, ne putem întreba pentru viitor dacă chiar aceasta este situația.

⁹³ D. Gheorghiu, *Intuiționism, paraconsistență, contrarietate și subcontrarietate*, în vol *Existență, contradicție, adevăr*, Ed. Trei București, 2005, p. 132.

⁹⁴ Petre Bieltz, și Dumitru Gheorghiu, *Logică juridică*, Ed. Pro Transilvania, București, 1998, p. 178.

⁹⁵ P. Bieltz, și D. Gheorghiu, , *op. cit.*, p. 179.

⁹⁶ *Ibidem*, p. 180.

BIBLIOGRAFIE

1. Bieltz, Petre și Gheorghiu, Dumitru, *Logică juridică*, Ed. Pro Transilvania, București, 1998.
2. Dumitriu, Anton, *Istoria logicii*, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1975.
3. Enescu, Gheorghe, *Dicționar de logică*, Ed. Științifică și Enciclopedică, București, 1985.
4. Enescu, Gheorghe, *Logică simbolică*, Ed. Științifică, București, 1971.
5. Enescu, Gheorghe, *Logică și adevăr*, Ed. Politică, București, 1967.
6. Gensler, J. Harry, *Introduction to logic*, Ed. Routledge, New York.
7. Gheorghiu, Dumitru, *Este „problema existenței în silogistică” o problemă?*, în vol *Existență contradicție, adevăr*, Ed. Trei, București, 2005.
8. Gheorghiu, Dumitru, *Inuiționism, paraconsistență, contrariedade și subcontrariedade* în vol *Existență, contradicție, adevăr*, Ed. Trei București, 2005.
9. Hurley, Patrick, *A concise introduction to logic*, Publisher Holly J. Allan, California, 2006.
10. Iliescu, Gabriel, *Negații neclasice, funcții concluzive și funcții premise*, în vol *Probleme de logică Nr XVI*, Ed. Academiei Române, București, 2013
11. Iliescu, Gabriel, *Negații neclasice, opoziții între concluzii și între premise*, în vol *Probleme de logică Nr XIII*, Ed. Academiei Române, București, 2010.
12. Laertios, Diogene, *Despre viețile și doctrinele filosofilor*, Ed. Academiei Republicii Populare Române, trad, Acad. C. I. Balmuș, București, 1963.
13. Magnus, P. D. *An Introduction to formal logic*, 2009, <http://www.fecundity.com/logic>.
14. Popa, Cornel, *Logica predicatelor*, Ed. Hyperion XXI, București, 1992.
15. Popa, Cornel, *Logică și metalogică*, vol II, Ed. Fundației România de Măine, București, 2002.
16. Popa, Cornel, *Logică și metalogică*, vol I, Ed. Fundației România de Măine, București, 2000.