

## R. CARNAP DESPRE SEMNIFICAȚIA LOGICISMULUI ÎN FILOSOFIA MATEMATICII\*

ALEXANDRU BOBOC

1. Logicismul (ca și intuiționismul și formalismul) reprezintă un moment de referință în reflecțiile asupra fundamentelor matematicii și a raporturilor dintre matematică și logică. Începuturile acestei orientări în filosofia matematicii se află în opera lui Frege, a cărui scriere sub titlul „Begriffsschrift” („Scriere conceptuală”) își propune în principal relevarea specificului „limbajului aritmetic formal”: „Limbajului aritmetic formal”, considera Frege, „se raportează mai mult la gânduri ca atare (Grundgedanken) decât la configurații particulare. Orice tentativă de a stabili, prin înțelegerea conceptului ca sumă a indiciilor sale, o similitudine artificială am lăsat-o în afară. Limbajul meu formal se bazează, în modul de folosire a literelor, pe cel aritmetic...În felul acesta «Begriffsschrift» este un mijloc menit realizării unor scopuri determinate, și nu trebuie condamnat dacă nu servește și pentru altele... cred că ceea ce propun, anume înlocuirea conceptelor de *subiect* și *predicat* cu *argument* și *funcție* se va adevăra ca un lucru trainic”<sup>1</sup>.

Logica, sublinia mai departe Frege, „nu trebuie să rămână prea strâns legată de limbă și de gramatică”; „vreau să creez nu un simplu «calculus ratiociratur», ci o „lingua characteristică» în sens leibnizian, în care recunosc acel calcul deductiv ca parte constitutivă necesară a unei scrieri conceptuale. O dată recunoscut acest lucru, precizez că în expunere am lăsat la o parte logicul abstract”<sup>1</sup>.

Frege avea convingerea „că scrierea conceptuală trebuie să redea gândurile cât mai pur și mai direct, să expună clar corectitudinea unui raționament coerent. Aplicarea acestei scrieri trebuie, după opinia autorului ei, să-și afle locul în chestiunile filosofice, matematice și fizice”<sup>2</sup>.

În fond, Frege arată că „trebuie să ne așteptăm ca în logică terminologia ambiguă și confuză de «subiect» și «predicat» se facă loc unei distincții mai satisfăcătoare a formelor propoziționale în conformitate cu doctrina funcțiilor”; *Begriffsschrift* vizează „construirea unui limbaj formalizat al gândirii pure, adică al unui sistem de simboluri mai precis decât limbajul obișnuit și mai adaptat în

---

\* Textul mult dezvoltat al comunicării prezentată la: *Simpozion. Centenar Principia Mathematica*, 12 noiembrie 2013, la Academia Română.

<sup>1</sup> G. Frege, *Begriffsschrift. Eine der arithmetischen nachgebildete FORMALSPRACHE des reinen Denkens* (1879), în: *Begriffsschrift und andere Aufsätze*, 2. Aufl. (hrsg. von Angelelli), G. Olms Verlag, Hildesheim, 1993, p. X, XI, XIII.

<sup>1</sup> *Ibidem*, p. XIII, 98.

<sup>2</sup> L. Kreiser, *Gottlob Frege, Leben, Werk-Zeit*, F. Meiner, Hamburg, 2001, p. 268.

vederea asigurării exactității deducției; și aceasta pentru că nu permite decât ceea ce este esențial, anume conținutul conceptual”<sup>3</sup>.

La Frege trece în primul plan logica, încercând „să arate că și numerele se pot defini fără referire la alte noțiuni decât acele cuprinse în interpretarea calculului său ca sistem de logică. Dacă avea dreptate să facă aceasta, atunci logica include aritmetica și, o dată cu ea, toate ramurile matematicii care se pot reduce la aritmetică, în sensul că se poate arăta că ele cuprind doar noțiuni care se află deja în aritmetică sau logică, cel puțin ca posibilitate”<sup>4</sup>.

Este important de subliniat că în vol. I din *Principia Mathematica* „influența lui Frege este manifestă, până și acele doctrine ale lui Russell în care acesta îl contrazice pe Frege (de ex. teoria sa a descripțiilor și teoria tipurilor) au fost cel puțin sugerate de dificultățile din opera lui Frege”; dar „logicienii au recunoscut meritele lui Frege numai atunci când ei înșiși au fost gata să discute problemele ridicate de el...realizările sale au fost atât de mari, încât o bună parte din ceea ce vine după el poate fi pus în legătură în modul cel mai adecvat cu opera sa”<sup>5</sup>.

Poziția centrală a logicii este recunoscută în mod clar de Frege: „Din scrierea de față se va putea vedea că până și un raționament în aparență atât de specific matematic cum este cel de la  $n$  la  $n+1$  se întemeiază pe legile generale ale logicii și că nu avem nevoie să apelăm la legi speciale ale unei gândiri agregative”; „sper că în această scriere am reușit să fac plauzibil faptul că legile aritmetice sunt judecări analitice și deci *a priori*. Potrivit acestui punct de vedere, aritmetica ar fi numai o logică mai elaborată, orice propoziție aritmetică fiind o lege logică, deși una derivată”<sup>6</sup>.

Este în esență teza logicismului, după care matematicile sunt o ramură a logicii: „idealul lui Frege”, realizat în *Principia Mathematica*, era „de a reduce toate conceptele matematice la concepte logice și propozițiile matematice la propoziții logice, de a face din matematică o ramură a logicii”<sup>7</sup>.

De fapt, scrierile lui Frege (îndeosebi: *Begriffsschrift; Die Grundlagen der Arithmetik; Grundgesetze der Arithmetik, begriffsschriftlich abgeleitet*; I) urmează acest program logicist, în virtutea căruia toate conceptele matematice „negeometrice” se pot reduce la „concepte pur logice”. Dar Frege „este pentru noi, independent de rolul său de reprezentant principal al logicismului în cercetarea fundamentelor matematicii, un gânditor ale cărui străduințe pentru un discurs fundamental și argumentare riguroasă, așa cum o arată cărțile sale, pot să valoreze încă și astăzi ca modelatoare”<sup>8</sup>.

---

<sup>3</sup> W. Kneale/ M. Kneale, *Dezvoltarea logicii*, II, Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1975, p. 65, 108.

<sup>4</sup> *Ibidem*, p. 64. Referindu-se la *Begriffsschrift*, autorii subliniază că opera lui Frege „conține toate elementele esențiale ale logicii moderne; nu comitem nicio nedreptate față de predecesorii sau urmașii săi dacă spunem că anul 1879 este data cea mai importantă în istoria materiei noastre” (*Ibidem*, p. 142).

<sup>5</sup> *Ibidem*, p. 143, 144.

<sup>6</sup> G. Frege, *Fundamentele aritmeticii. O cercetare logico-matematică asupra conceptului de număr*, în: *Scrieri logico-filosofice*, Editura științifică și enciclopedică, București, 1977, p. 31, 135.

<sup>7</sup> A. Dumitriu, *Mecanismul logic al matematicilor*, Editura Academiei R.S.R., București, 1968, p. 180.

<sup>8</sup> Chr. Thiel, *Gottlob Frege: Die Abstraktion*, în *Grundprobleme der großen Philosophen*, hrsg. von J. Speck, *Philosophie der Gegenwart I*, Vandenhoeck & Ruprecht in Göttingen, 1972, p. 19.

2. Rudolf Carnap intervine în acest context (Frege, Russell și *Principia Mathematica*; Wittgenstein și „Cercul vienez”) cu analize de fond care, pe lângă o apreciere (exigentă, dur nuanțată) a logicului (și a celorlalte orientări din filosofia matematicii), depășește stadiul inițial al afirmării acestei orientări. Așa cum s-a observat, „logicismul lui Frege și Russell s-a pluralizat, acceptând, conform principiului toleranței al lui Carnap, o multitudine de logici ca bază a edificării conceptuale unificate a matematicii și a logicii”<sup>9</sup>.

Este de reținut că, spre deosebire de alți logicieni, care „s-au limitat la dezvoltarea logicii moderne și aplicarea ei în cercetarea fundamentelor matematicii”, R. Carnap „și-a propus să facă utilă noua știință pentru întreaga filosofie. Cu aceasta a fost instituit totodată un înalt ideal de exactitate pentru cercetarea filosofică”<sup>10</sup>.

În principal, contextul în care Carnap se raportează la logicism este concretizat (între multe altele) prin: afirmarea „sintaxei logice a limbajului”; apariția scrierilor lui K. Gödel despre incompletitudine; ampla dezbateri asupra fundamentării matematicii (1930).

Carnap însuși caracterizează în mod exemplar acest context: „Am menționat deja că membrii *Cercului*, în opoziție cu Wittgenstein, au ajuns la concluzia că putem să vorbim despre limbă, îndeosebi despre structura expresiilor lingvistice. Corespunzător acestei idei, eu am dezvoltat teoria sintaxei logice a unei limbi ca teorie analitică pură a structurii expresiilor acesteia. În principal, reflecțiile mele au fost determinate de cercetările asupra matematicii ale lui Hilbert și Tarski. Am discutat adesea cu Gödel despre aceste chestiuni. În august 1930, el mi-a explicat noua sa metodă de a pune în relație numerele cu semne și expresii. Mi-a lămurit cum, cu ajutorul acestei metode de aritmetizare, el a dovedit că orice sistem aritmetic formal este incomplet și indemonstrabil. Publicarea de către Gödel a acestui rezultat (e vorba de studiul: *Über formale unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandten Systeme*, 1931-nn. Al. B.) a însemnat un punct de cotitură în dezvoltarea fundamentelor matematicii”<sup>11</sup>.

Această mărturisire a lui Carnap vine după o perioadă îndelungată de discutare a chestiunilor privind fundamentele matematicii și, în principal, după noi proiecte de statuare a logicii moderne. Carnap relevă, tocmai în acest sens, importanța metalogicii: „am pus mare preț pe deosebirea dintre acea limbă care

---

În volumul pe care i l-a consacrat L. Kresler (*G. Frege. Leben-Werk-Zeit*, Meiner, 2001, p. VIII), se subliniază: „Acțiunea operei sale se menține încă și azi. Îndemnurile la cunoaștere conținute în ea nu s-au epuizat și prilejuiesc permanent tot mai noi legături fructuoase de idei”.

<sup>9</sup> I. Pârnu „*Axiomele infinitului*”: *Programul lui Gödel în filosofie și fundamentele matematicii*, în: „*Revista de filosofie*”, 1–2, (2008), p. 42 (articol în grupajul: *Centenar Kurt Gödel*).

<sup>10</sup> W. Stegmüller. *Rudolf Carnap: Induktive Wahrscheinlichkeit*, în: *Grundprobleme der großen Philosophen*, hrsg. von J. Speck: *Philosophie der Gegenwart* I, p. 46.

<sup>11</sup> R. Carnap, *Die Logische Syntax der Sprache*, în. *Mein Weg die Philosophie*, (Ph. Reclam Jun., Stuttgart, 1993, trad. după: Rudolf Carnap, *Intellectual Autobiography*, în: *The Philosophy of R. Carnap*, editat de Arthur Schilpp, London: Open Court, 1963) – traducere: R. Carnap, *Sintaxa logică a limbajului* (Introducere). *Logica veche și logica nouă* și alte scrieri (trad., note și comentarii, postfață de Al. Boboc), Editura Grinta, Cluj-Napoca, 2013, p. 30.

este obiectul cercetării, și pe care am numit-o «Limbă-obiect», și limba în care este formulată teoria limbii-obiect, adică metalogica; am numit-o pe aceasta metalimbă<sup>12</sup>.

Preocupat de a face „mai precisă” metalimba, Carnap relevă totodată importanța metamatematicii (dezvoltată de Hilbert), cu precizarea: „În timp ce Hilbert preconiza metamatematica sa numai în sensul unei dovezi a lipsei de contradicție a sistemului matematic formulat în limbă-obiect, eu aspiram la schița unei teorii generale a formelor lingvistice”; „mi-a părut important să arăt că marea diversitate de păreri filosofice are de a face în fapt cu chestiunea dacă o formă particulară de limbă poate să fie utilizată pentru limbajul matematicii sau cel al științei...În afară de aceasta voiam să arăt că fiecare are libertatea de a-și alege, așa cum poate, regulile limbajului său și totodată logica sa. Am numit aceasta «principiul toleranței», mai exact, acesta s-ar putea numi principiul convenționalității formelor lingvistice<sup>13</sup>.”

De aici rezultă că la discutarea „problemelor litigioase”, este vorba, în primul rând, pentru scopuri determinate „exclusiv de proprietățile sintactice ale diferitelor forme lingvistice, iar, în al doilea rând, de temeiurile practice ale preferinței pentru o formă sau alta”; dar „adevăratul imbold către dezvoltarea metodei sintactice” a venit din discuțiile în *Cerc*, unde „se dovedise că orice încercare de a cuprinde mai precis problemele filosofice care ne interesau se termina la problemele analizei limbajului<sup>14</sup>”.

Toate acestea au făcut iminentă operarea cu metalimba: deoarece „ceea ce constituie esențialul în problemele filosofice privește limba, nu lumea, trebuie să formulăm și aceste probleme nu în limba obiect, ci în metalimbă... Construcția unei metalimbi aptă de o claritate considerabil mai mare, ar contribui astfel la formularea problemelor filosofice și la rezultate mai bune în discutarea lor<sup>15</sup>”.

3. O discuție despre logicism este astfel pregătită de un participant efectiv la înnoirile din logică și filosofia matematicii. Carnap (așa cum se va vedea) se dovedește a fi un bun cunoscător al situației, și un participant la aceste înnoiri. Este de reținut că dezbaterile din septembrie 1930, de la Königsburg (poate nu întâmplător!) se situează într-o epocă nouă a cercetării fundamentelor matematicii. Pe de o parte, *Gödel*, cu ideea incompletitudinii oricărui sistem formal, generând sentimentul că trebuie să abandonăm speranța că se poate formaliza totul, pe de altă parte Wittgenstein cu teza imposibilității unui metalimbaj (*Philos. Bemerkungen*, 1, 6: «Ich kann mit der Sprache nicht aus der Sprache heraus»: Nu pot să ies cu limba în afară de limbă) și cea (și mai scandalosă!) a nelegitimității metamatematicii (*Philos. Bemerkungen*, 159, p. 188: «Matematica nu se poate descrie, ea se face») și a metalogicii, căci limbajul logic este el însuși un metaplan față de obiecte

---

<sup>12</sup> *Ibidem*, p. 31.

<sup>13</sup> R. Carnap, *op. cit.*, p. 32, 35. în lucrarea *Logische Syntax der Sprache* (1934), 2. Aufl., Springer, Wien-New York, 1968, p. 45: „În logică nu există metodă. Fiecare își găsește logica sa, adică își construiește așa cum vrea forma lingvistică. Dar dacă vrea să discute cu noi, trebuie să arate în mod clar cum vrea să o facă, să dea determinări sintactice, și nu deducții filosofice”. Este numitul „Toleranzprinzip der Syntax”.

<sup>14</sup> Idem, *Sintaxa logică a limbajului*, în: R. Carnap, *Sintaxa logică a limbajului (Introducere)*..., Grinta, 2013, p. 33.

<sup>15</sup> *Ibidem*.

posibile (*Tractatus*, 5.43: «Alle Sätze der Logik sagen aber dasselbe. Nämlich Nichts»: toate propozițiile logicii spun același lucru, anume: nimic; *ib.*: 5.5571: «Die Grenzen meiner Sprache bedeuten die Grenzen meiner Welt»).

Iată de ce spunea Carnap că „membrii *Cercului*, în opoziție cu Wittgenstein, au ajuns la concluzia că este posibil să vorbim despre limbă. Fără aceasta, întreaga istorie a elaborării sintaxei logice și a semanticii logice, ca piese esențiale pentru o adevărată mutație în înțelegerea statutului logicii, ar rămâne în dificultate. Carnap, Tarski, apoi «semantica lumilor posibile» sunt totuși fapte.

Dar să revenim la ideea de bază a logicismului: matematica, ramură a logicii, interpretare propusă de Frege și confirmată de B. Russell și A.N. Whitehead într-o tratare sistematică: „Se arată anume că fiecare concept matematic poate fi dedus din conceptele de bază ale logicii, și că fiecare propoziție matematică (întrucât valorează în orice domeniu de gândire posibil) poate fi dedusă din principii ale logicii”<sup>16</sup>.

De fapt, în *Sintaxa logică* a lui Carnap „s-a realizat pentru prima dată în mod consecvent *orientarea lingvistică* (linguistische Wendung), care, între timp, a fost preluată de întreaga filosofie analitică”<sup>17</sup>.

Esența noului program al logicii propus de Carnap constă nu atât în faptul că limba devine obiect de cercetare a logicii, ci și în relevarea sintaxei și semanticii ca metode fundamentale în reconstrucția modernă în logică. Așa cum s-a subliniat, *Meaning and Necessity* „reprezintă punctul culminant al epocii de aur a semanticii (logice)”, epocă situată între Frege și Carnap, care se caracterizează prin acel familiar contrast care, în diferitele lui variante, a fost cunoscut sub expresia *Bedeutung versus Sinne*, referenți (sau *nomina*) versus sensuri, sau *extensiuni versus intensiuni*”<sup>18</sup>.

Examinând raporturile dintre logica veche și cea nouă, Carnap subliniază că „cea mai importantă motivație pentru formarea noii logici se află în necesitatea reexaminării critice a fundamentelor matematice... cercetarea fundamentelor logice ale matematicii, în scopul *analizei logice a numărului*, a necesitat inevitabil un sistem logic capabil de randament prin cuprindere și precizie...mai urgentă era astfel necesitatea unei noi construcții a logicii, mai ales că s-au observat anumite contradicții («Antinomii»), mai întâi în domeniul matematicii, contradicții care s-au vădit curând ca fiind de natură general-logică. Acestea se puteau depăși însă numai printr-o radicală reconfigurare a logicii”<sup>19</sup>.

<sup>16</sup> R. Carnap, *Vechea și noua logică*, în R. Carnap, *Sintaxa logică a limbajului...*p. 85.

<sup>17</sup> W. Stegmüller, *Rudolf Carnap*, în: *Grundprobleme der großen Philosophen*, p. 48.

<sup>18</sup> J. Hintikka, *Carnap, Heritage*, în: *Logical Empiricist, în: Homage to Rudolf Carnap*, în: „Synthese Library”, vol. 73: *Material and Perspectives*, ed. by J. Hintikka, D. Reidel, 1975, p. 217. În acest volum omagial Feigl notează (p. XVI): „Carnap a fost figura centrală la congresele cu tema „Unitatea Științei” (Praga, 1929, Königsberg, 1930, Paris, 1935 etc.)”; „cred că R. Carnap a fost primul care a înțeles până la capăt desoperirea epocală a lui Kurt Gödel (făcută, cred, în 1930 – publicată pentru prima oară în 1931) privind incompletitudinea esențială a unei largi clase de sisteme matematice. Mai mult, Gödel a utilizat în celebrele sale teoreme tehnicile metalingvistice ale lui Carnap”.

<sup>19</sup> R. Carnap, *Logica veche și logica nouă* (1930), în: *Sintaxa logică a limbajului... și alte scrieri* (Editura Grinta, 2013), p. 78–79.

4. Grăitoare pentru aceste frământări este *Discuția despre fundamentele matematicii* (din septembrie 1930, la Königberg), precedată de următoarele comunicări: *Fundamentarea logicistă a matematicii* (R. Carnap); *Fundamentarea intuiționistă a matematicii* (A. Heyting); *Fundamentarea formalistă a matematicii* (Joh. von Neumann); *Despre matematica pregreacă* (O. Neugebauer). La discuții au participat: H. Hahn; R. Carnap; A. Heyting; A. Scholz; G. Gödel; von Neumann, Reidemeister<sup>20</sup>.

În cele ce urmează reținem principalele idei ale lui Carnap (în Conferință și în Discuții), și începem cu precizarea (tipică pentru stilul de gândire și de lucru al lui Carnap): „Întrucât urmează să prezint în mare liniile principale ale construcției logice a matematicii, consider de datoria mea să relev nu numai părțile în care sistemul este reușit, întru totul, or măcar într-o anumită măsură, ci să mă refer și la dificultățile specifice de care se lovește construcția logicistă”<sup>21</sup>.

Prezentarea fundamentării logice a matematicii constituie un text de referință în istoria domeniului. Carnap urmărește aici două teze: „1. *Conceptele matematice sunt deductibile din conceptele logice, prin definiții explicite;* 2. *propozițiile matematice sunt deductibile din principiile logice, prin definiții pur logice*”<sup>22</sup>.

În tratarea primei teze sunt indicate mai întâi *conceptele logice* presupuse aici: *în logica propoziției* (negarea unei propoziții  $p$ ; disjuncția a două propoziții  $p \vee q$ ; conjuncția:  $p$  și  $q$ ; implicația: dacă  $p$ , atunci  $q$ ) și *în logica funcțiilor* (conceptele cele mai importante sunt universalitatea și existența). Se precizează apoi următoarele: „Conceptele menționate nu au nevoie să fie prezentate toate drept concepte de bază nedefinite. Unele dintre ele sunt reductibile la altele... Teza logicistă afirmă că aceste concepte logice sunt suficiente pentru definirea conceptelor matematice, și că nu este nevoie să se adauge concepte matematice specifice”<sup>23</sup>.

În ceea ce privește cercetarea dependenței unul de altul a conceptelor matematice se constată că „înainte de Frege au fost matematicieni care au ajuns la încheierea că în cele din urmă toate conceptele aritmeticii au la origine numerele naturale... chiar dacă în anumite cazuri nu ar putea să fie realizate definiții precise. Sarcina principală, pe care logicismul trebuia să o soluționeze mai întâi, consta astfel în deducerea numerelor naturale din concepte logice... Esențialul în această

---

<sup>20</sup> Traducerea conferinței lui Carnap și a „Discuțiilor” în vol.: R. Carnap, *Sintaxa logică a limbajului...și alte scrieri*, Grinta, 2013, p. 15–74. De larg interes (la noi, cel puțin) este grupajul de studii sub genericul: *Centenar Kurt Gödel*, în: *Revista de filosofie*, nr. 1–2 (2008), p. 5–138.

<sup>21</sup> R. Carnap, *Die logizistische Grundlegung der Mathematik*, în: *Erkenntnis*, Zweiter Band (F. Meiner, Leipzig), 1931, p. 91; trad. în R. Carnap, *Sintaxa logică a limbajului...*, p. 35. Tot ca deschidere, autorul adaugă: „Ca «logicism» este desemnată interpretarea după care matematica este reductibilă la logică, adică nu este altceva decât o ramură a logicii. Această înțelegere a fost reprezentată prima dată de Frege (1884). Matematicienii englezi A.N. Whitehead și B. Russell au dat în marea operă *Principia Mathematica* o construcție sistematică a logicii, precum și a matematicii dezvoltată din ea” (*Ibidem*, p. 36).

<sup>22</sup> *Ibidem*, p. 36.

<sup>23</sup> *Ibidem*, p. 37.

soluție îl constituie faptul că a fost cunoscut exact *locul* logic al *numerelor naturale*: acestea sunt determinări logice ce revin nu lucrurilor, ci conceptelor”<sup>24</sup>.

Numerele naturale „nu constituie o mulțime parțială de fracții, ci se află într-o subordonare determinată față de anumite fracții” (numărul natural 3 și fracția 3/1 nu mai sunt prin aceasta identice, ci numai subordonate unul altuia); „aici trebuie să vorbim numai de definiția *numerelor reale*”, o problemă care „nu este soluționată încă până acum de niciuna dintre cele trei orientări”<sup>25</sup>.

Esențialul în metoda logicistă de introducere a *numerelor reale* „constă în aceea că aceste numere nu sunt «postulate», ci sunt «construite»...o conceptualizare nu este o creație, ci numai o acordare de nume pentru ceva care trebuie să fie dovedit ca existent. Nu există «definiție creatoare». Această concepere «constructivistă» ține de tezele de bază ale logicismului”<sup>26</sup>.

Propozițiile matematice „sunt deductibile din principiile logice cu ajutorul operațiilor logice de deducție... La deducerea propozițiilor matematice, logicismul se lovește, totuși, de diferite *dificultăți*. Mai întâi pentru că lasă în afară faptul că unele propoziții ale aritmeticii și ale teoriei mulțimilor, dacă sunt luate în în sensul obișnuit, necesită încă, pentru dovedirea lor, pe lângă principiile logice, principii speciale, anume: *axioma infinității* și *axioma alegerii* (sau *axioma multiplicării*)”<sup>27</sup>.

O mare dificultate în construcția matematicii, „probabil cea principală”, consideră Carnap, este corelată cu *axioma reductibilității* (pe larg prezentată de Russell); dificultatea menționată este legată de „teoria tipurilor” a lui Russell, teorie pe care „o prezentăm în caracteristicile ei principale”, deosebind „o teorie simplă a tipurilor” și „o teorie ramificată a tipurilor”<sup>28</sup>.

Un aspect important al teoriei lui Russell privește „problema conceptualizărilor nepredicative”, prilej cu care se discută despre necesitatea „eliminării” antinomiilor logice și despre așa-numitul «*principiu-circulus-vitosus*»<sup>29</sup>.

---

<sup>24</sup> *Ibidem*.

<sup>25</sup> *Ibidem*, p. 38.

<sup>26</sup> *Ibidem*, p. 39.

<sup>27</sup> *Ibidem*, p. 40–41. Și, o explicație simplă: „*Axioma infinității* spune că pentru orice număr natural există unul mai mare; *axioma alegerii* spune că pentru o mulțime fără elemente străine, dar nu mulțime vidă, există (cel puțin) o axiomă a alegerii, adică una care are în comun cu fiecare dintre mulțimile de elemente exact un element”; întrucât „ambele sunt propoziții existențiale”, Russell „a pus pe drept la îndoială faptul de a le prezenta ca principii ale logicii”; căci „logica are de aface numai cu formele posibile, și de aceea nu are nevoie să afirme dacă ceva există sau nu există” (*Ibidem*, p. 40–41).

<sup>28</sup> *Ibidem*, p., 41–42. Urmează o expunere clară a „teoriei simple a tipurilor”, de fapt a împărțirii expresiilor în „tipuri” diferite: la tipul 0 aparțin numele de obiecte („indivizi”) ale domeniului gândirii, care sunt tratate în contextul referit (cumva *a*, *b*...); la tipul 1 aparțin proprietățile acestor obiecte (cumva *f(a)*, *g(a)*...); la tipul 2 aparțin proprietățile acestor proprietăți (cumva *F(g)*, *G(f)*...); la tipul 3 aparțin proprietățile proprietăților proprietăților ș.a.m.d. Teoria are o regulă principală: „Fiecare concept aparține la un tip determinat și poate să se refere cu sens numai la expresiile tipului imediat inferior” (*Ibidem*, p. 42).

<sup>29</sup> O scurtă explicație: „Orice paradox logic este rezultatul unei definiții în *cerc vicious*, în înțelesul de *definiție nepredicativă*. Se pot formula noțiuni în *cerc* pentru diferite categorii: clase, însușiri, relații, funcții ș.a... «Principiul cercului vicious» constă în interdicția oricărei entități care este definită nepredicativ... În vederea evitării construcțiilor în *cerc* se introduc o serie de reguli de ierarhie a entităților de o anumită categorie astfel că fiecare entitate va aparține unui *tip*”... (Gh. Enescu, *Dicționar de logică*, ed. II-a, Editura Tehnică, București, 2003, p. 493).

Discuția se concentrează asupra „cele mai simple antinomii”, anume „cea a conceptului de impredicabil”. Se dă definiția: „o proprietate este «impredicabilă» dacă ea nu are loc despre sine. Este proprietatea «impredicabilă» ea însăși impredicabilă? Să acceptăm că este; atunci ea ar avea loc despre sine, și, conform definiției «impredicabilului» nu ar fi așadar impredicabilă. Să acceptăm că nu este, atunci ea nu ar avea loc, ar fi, conform definiției «impredicabilului», impredicabilă. După principiul terțului exclus, ceva ori este valabil ori nu este; în ambele cazuri ajungem la o contradicție”<sup>30</sup>.

După o sistematizare a felurilor de antinomii („antinomii logice”, „antinomii semantice” sau „epistemologice”) și exprimării „principiului circulus-vitiosus” și ca „interdicție a conceptualizării nepredicative”, se ajunge la o „încercare de soluționare” și, după examinarea interpretării lui Ramsey (care admite conceptualizările nepredicative), Carnap precizează: „Cred că trebuie să ne menținem la interpretarea lui Frege, anume că și în matematică poate să fie acceptat ca existent numai ceva a cărui existență este dovedită, ceea ce înseamnă: este dovedită în infinit de mulți puși. În aceasta aș fi de acord cu intuiționistii. Caracterul mărginit al oricărei operații logico-matematice, o dovadă sau o definiție nu sunt de revendicat datorită unui fapt empiric întâmplător, care-l privește pe om, ci aparține esenței faptului. Matematica intuiționistă s-a numit, din cauza acestei interpretări, o «matematică antropologică», iar, în analogie cu aceasta „matematica lui Ramsey ar trebui să fie numită o «matematică teologică»”<sup>31</sup>.

5. În încheiere, are loc deschiderea către celelalte orientări din filosofia matematicii: *intuiționismul și formalismul*: „În forma prezentată aici, *logicismul* are anumite trăsături comune cu fiecare dintre cele două orientări. De *intuiționism* îl leagă tendința constructivistă în conceptualizare, pe care încă Frege a reprezentat-o hotărât: un concept nu trebuie introdus axiomatic, ci trebuie construit treptat prin definiții, pornind de la conceptele de bază presupuse în mod nedefinit... Și cu *formalismul* există o înrudire metodică. *Logicismul* își propune ca sarcină să construiască sistemul logico-matematic astfel încât chiar stabilirea formulelor de succesiune și a prescripțiilor operaționale se efectuează cu privire la semnificația conceptelor de bază; în *interesul sistemului* însă lanțul deducțiilor și cel al definițiilor este introdus în mod pur formalist, potrivit calculului numai, adică fără referire la semnificația conceptelor de bază”<sup>32</sup>.

<sup>30</sup> R. Carnap, *op. cit.*, p. 44.

<sup>31</sup> *Ibidem*, p. 49–50.

<sup>32</sup> *Ibidem*, p. 52, 53. În *Begriffsschrift*, Frege preciza „scopul” scrierii sale astfel: „Nu am intenționat să prezint în formule o logică abstractă, ci să exprim în mod mai exact și mai clar în formule prin semne scrise un conținut așa cum este posibil a avea loc aceasta prin cuvinte” (p. 97).

Și, mai departe: „În fapt, am vrut să realizez nu un simplu «calcul ratiocinatur», ci o «lingua characteristică» în sens leibnizian, în care eu recunosc totuși ca o parte componentă necesară a unei scrieri conceptuale acel calcul concluziv” (p. 98).

Aceasta ar fi, poate „modul pur formalist”, fără referire „la semnificația conceptelor de bază” (de care vorbește Carnap. Dar înrudirea cu formalismul vine mai clar prin felul în care e conceput *semnul*: „Fără semn – scrie Frege – ne-am ridicat cu greu la gândirea conceptuală”, căci, „deși în sine conceptul este neintuitiv, el are nevoie de un reprezentant intuitiv, ca să apară” (G. Frege, *op. cit.*, p. 107, 108).



Comparațiile constituie și laitmotivul participării lui Carnap la dezbaterile despre fundamentele matematicii. „Din cele trei conferințe, sublinia Carnap, unii ascultători au căpătat, poate, impresia deprimantă că situația problemei ar fi confuză și fără perspectivă: aici sunt trei orientări, dintre care nici una nu o înțelege pe cealaltă, și fiecare (dintre ele) vrea să reconstruiască matematica în alt mod... Deosebirea orientărilor s-ar lăsa explicată, poate, pornind de la deosebirea exigențelor puse în construcția matematicii din diferite puncte de vedere”<sup>33</sup>.

Și, iată argumentarea: „*Logicianul* (reprezentat în primul rând de Frege, mai târziu de Russell, într-o anumită privință și de Brouwer) cere: «fiecare semn al limbii, așadar și simbolică matematică, trebuie să posede o semnificație precisă, determinabilă deschis». Acestuia i se opune *matematicianul* (reprezentat de Hilbert): «Nu vrem să fim obligați a da socoteală de semnificația semnelor matematice; ne revendicăm dreptul de a opera axiomatic în mod liber, adică să stabilim axiome și prescripții operatorii pentru un anumit domeniu matematic, și astfel să căutăm în mod formalist concluziile»... Aceste două exigențe par incompatibile. În ele ni se prezintă opoziția Logicism-Formalism. Dar opoziția poate, cred, să fie depășită. Calea spre aceasta ne-o indică cea de a treia revendicare, anume cea a *fizicianului*. Acesta pretinde de la sistemul logico-matematic nu numai concordanță cu sine, ci și aplicabilitate în domeniul științei empirice”<sup>34</sup>.

Urmează o explicație (prin exemplificare): cum se pot trage concluzii, ce transformări de propoziții sunt admisibile? De exemplu, sistemul logico-matematic ne permite să trecem de la propozițiile «Toți grecii sunt muritori» și «Toți grecii sunt oameni» la propoziția «Toți grecii sunt muritori». De la aceste sisteme pretendem să ne înlesnească, de exemplu, și transformarea propoziției «În această cameră sunt numai persoanele Hans și Peter» în propoziția «În această cameră sunt două persoane». Căci altfel nu putem aplica aritmetica la empiric”<sup>35</sup>.

Mai îndeaproape: „Matematicianul nu are de fapt nevoie să se preocupe de această aplicare, bineînțeles, în interiorul domeniului său. Dar în cadrele științei, în ansamblu, el trebuie, desigur, să preconizeze posibilitatea aplicării aritmeticii la propozițiile de realitate; altfel nu s-ar putea face nici o fizică”<sup>36</sup>.

Acum se pune întrebarea: Este satisfăcută această cerință de sistemul logicist și de cel formalist? „În cazul modalității Frege-Russell a definiției numărului se poate trage numita concluzie, dar în cazul introducerii axiomatică hilbertiene a numărului, acest lucru nu e sigur, căci forma exactă a sistemului de axiome încă nu există. În orice caz, prin introducerea de axiome determinate, acest sistem poate fi întregit în așa fel încât să permită transformări de forma menționată. Cred însă că opoziția dintre logicism și formalism poate fi depășită într-un anumit fel, dacă sistemul celui din urmă își află întregirea necesară menționată”<sup>37</sup>.

---

<sup>33</sup> R. Carnap, în: *Discuție despre fundamentele matematicii* (sept. 1930), în: R. Carnap, *Sintaxa logică a limbajului (Introducere) și alte scrieri*, p. 63.

<sup>34</sup> *Ibidem*.

<sup>35</sup> *Ibidem*, p. 64.

<sup>36</sup> *Ibidem*.

<sup>37</sup> *Ibidem*. Aceasta nu anulează diferențele: *formalismul* consideră că „bifurcarea în matematica formată (inclusiv a logicii) și metamatematică conținutistă” are marele avantaj „că îl dispersează pe matematician, în cadrul sistemului său, de pretențiile supărătoare ale logicianului de a da socoteală de

În fond, construcția formalistă „nu poate fi împiedicată de a indica reguli de operare pentru semnele matematice, adică prescripții care determină întrebuințarea acestor semne nu numai în interiorul matematicii, ci și în știința empirică”, prin aceasta fiind admisă și semnificația tuturor semnelor<sup>38</sup>.

Analiza logică a sistemului formalist, permite concluzia că, în ciuda metodei formaliste de construcție, opoziția dintre formalism și logicism poate fi depășită: „Dacă sistemul axiomatic este complet (în sensul lui Hilbert: nici una dintre formulele nederivabile adăugată aici nu este contradictorie), atunci analiza semnificației este univocă; fiecare semn primește o semnificație și cu aceasta construcția formalistă s-ar transforma într-una logicistă”<sup>39</sup>.

6. Dar, precizează Carnap, „dacă am exprimat aici speranța într-o unificare a orientărilor opuse, cu aceasta nu vreau să ascund cumva opozițiile și dificultățile încă existente. Dimpotrivă: ar fi cel mai bine dacă fiecare orientare s-ar strădui, cu cât mai multă precizie posibil, să-și introducă ideile de bază. Cred că atunci aceste realizări vor conduce, în fine, la un rezultat comun”<sup>40</sup>.

Pe fondul discuției despre interpretarea semnului matematic, intervine Heyting (reprezentantul intuiționismului): „Pentru mine, un rezultat important al acestei sesiuni constă în aceea că s-a clarificat raportul dintre formalism și intuiționism... Ambele orientări sunt posibile în sine, ambele au un drept sigur la numele de matematică. Căci ambele au rezultat din reinterpretarea matematicii clasice... Între cele două orientări există relații precise: formalismul are nevoie de intuiționism cel puțin în mod parțial, atât cât privește numerele întregi, cât și inducția completă. Pe de altă parte, o dată furnizată dovada de necontradicție, atunci formalismul poate servi intuiționismului ca probă; căci semnele formale pot fi interpretate în mod intuiționist ca date matematice...”<sup>41</sup>.

Se pare astfel că intuiționismul și formalismul se completează reciproc. În ce privește logicismul, Heyting este categoric: „o înțelegere cu logicismul nu este încă posibilă. Pentru că ar trebui mai întâi să se clarifice cum se poate aplica matematica la realitate. Această chestiune nu este soluționată complet. În construcția matematicii, logicistii nu vor să se dispenseze de a întrebuința conceptul de *lume*. De aceea, o clarificare definitivă nu este încă posibilă”<sup>42</sup>.

Carnap nu mai intervine, în acest context, dar dezvoltările lui în câmpul sintaxei logice și al semanticii argumentează pe larg că, pentru stadiul la care prin el a ajuns logicismul, obiecția lui Heyting privind folosirea conceptului de lume nu

---

semnificația semnelor” (latura de conținut în matematică corespunzând cerințelor analist-formaliste); *logicianul* preconizează însă „că nu numai metamatematica, ci și matematica însăși este semnificativă” (*Ibidem*, p. 64, 65).

<sup>38</sup> *Ibidem*, p. 65.

<sup>39</sup> *Ibidem*, p. 66. Aceasta mai ales dacă e prezentă aici „și dovada de necontradicție” (pentru sistem sau pentru părți determinate ale acestuia), care ar facilita „tema analizei logice a semnificației” (*Ibidem*).

<sup>40</sup> *Ibidem*.

<sup>41</sup> *Ibidem*, p. 69.

<sup>42</sup> *Ibidem*.

se susține. De fapt, în încheierea discuțiilor, Reidemeister preciza: „Ce înseamnă aici «semnificație?»». În orice caz, nu ceea ce înțelege un intuiționist prin semnificație. Faptul că acest cuvânt, «semnificație» este atât de diferit considerat, constituie, poate, cea mai importantă opoziție dintre cele două tabere (adică: intuiționist și logicist – n.n.), ceea ce nu a fost destul de clar recunoscut de reprezentanții punctului de vedere logicist...”<sup>43</sup>.

7. Este de reținut că, la momentul acestei „Discuții” (1930) Carnap nu-și elaborase încă <sup>44</sup> (fundamentat în lucrări) concepția sa despre sintaxă și semantică, și astfel cerința pusă de Reidemeister vine ca un îndemn la proiecte viitoare (pentru toate cele trei direcții).

În descrierea „drumului său în filosofie”, Carnap preciza: „În iunie 1931, am ținut, în *Cercul* nostru, trei prelegeri asupra metalogicii... În metalogică am pus mare preț pe deosebirea dintre acea limbă, care este obiectul cercetării și pe care am numit-o «limbă-obiect», și limba în care este formulată teoria limbii-obiect, adică metalogica; am numit-o pe aceasta metalimbă”<sup>45</sup>.

Scopul acestei deosebiri exprima clar ideea proiectului construcțiilor teoretice viitoare și totodată contextul dezbaterilor în jurul reformei logicii: „Între altele, mărturisesc aici că era țelul meu să fac mai precisă metalimba, astfel încât în ea să poată să fie construit pentru *metalogică* un sistem conceptual exact. În timp ce Hilbert preconiza metamatematica sa numai pentru scopul unei dovezi a lipsei de contradicție a sistemului matematic formulat în limba-obiect, eu aspiram la schița unei teorii generale a formelor lingvistice”<sup>46</sup>.

Cu orientarea spre «sintaxa logică» se precizează că este vorba de un domeniu „preocupat exclusiv cu formele de expresie a limbii”, fără referire „la semnificația semnelor și expresiilor”, și se anunță *convenționalismul*: „În sintaxă, am intenționat să pun la dispoziție mijloacele conceptuale pentru formularea exactă a unor controverse”, „să arăt că fiecare are libertatea să-și aleagă, așa cum poate, regulile limbajului său și totodată *logica* sa. Am numit aceasta «principiul toleranței»; mai exact, acesta s-ar putea numi principiul convenționalității formelor lingvistice. De aici rezultă că la discuția punctelor litigioase amintite este vorba în primul rând, pentru scopuri determinate, exclusiv de proprietățile sintactice ale diferitelor forme lingvistice, iar, în al doilea rând, de temeuri practice ale

---

<sup>43</sup> *Ibidem*, p. 72. În discuție este „semnificația unei propoziții”, iar Reidemeister se referă (punctual) „la o observație făcută de Carnap în discuție, anume că am reuși, având la îndemână o dovadă de necontradicție, să aflăm o cale pentru modul în care s-ar putea da semnificație unui sistem formalist” (*Ibidem*). Și, în același context, întrebarea: „Cum se poate constitui, pornind de la un punct de vedere logicist, primul mijloc ajutător al unei asemenea interpretări, anume conceptul unui enunț esențialmente gol de semnificație. Cum este inteligibil un enunț gol de semnificație, care nu se sprijină pe punctul de vedere intuiționist, după care logica este o parte a combinatoricii, iar din semne se pot construi propoziții?” (*Ibidem*, p. 71–72).

<sup>44</sup> *Logische Syntax der Sprache* apare în 1934, *Introduction to Semantics* apare în 1942, iar *Meaning and Necessity* în 1947.

<sup>45</sup> R. Carnap, *Sintaxa logică a limbajului*, în vol. *Sintaxa logică a limbajului (Introducere)*, p. 31.

<sup>46</sup> *Ibidem*. „Mai târziu, precizează Carnap, am utilizat conceptul de «sintaxă» în loc de «metalogică» sau, spre deosebire de sintaxă ca parte a lingvisticii, conceptul de «sintaxă logică» (*Ibidem*).

preferinței pentru o formă sau alta. În felul acesta afirmațiile că o anumită limbă ar fi cea adevărată sau că ar reprezenta *adevărata logică*... vor fi eliminate”<sup>47</sup>.

Pe fondul convenționalismului, care privește în principal limba, logica însăși vine într-o altă înțelegere pe fondul „analizei logice a limbajului”: „esențialul îl constituie posibilitatea construcției de noi limbaje”, iar orice încercare „de a cuprinde mai precis problemele filosofice” se termină „la problemele *analizei logice a limbajului*” (subl. n.); se ajunge la încheierea că „esențialul în problemele filosofice privește *limba, nu lumea*”, iar adevăratele probleme sunt „metateoretice”<sup>48</sup>.

În fond, instrumentată cu aceste metode, logica vine printr-o funcție esențială: analiza logică a limbajului. „Prin dezvoltarea logicii în ultimele decenii – scria Carnap (în 1934) – s-a pus tot mai clar în lumină faptul că ea poate fi studiată mai exact numai dacă se referă nu la judecăți (gânduri sau conținuturi de gândire), ci la expresii lingvistice, îndeosebi la propoziții”, mai exact, „logica are de tratat propozițiile în mod formal”<sup>49</sup>.

Așadar, aspectul nou constă aici în relevarea faptului că „limba este și obiect de cercetare logică”: „făurirea logicii, echivalează acum cu construirea unei limbi, un program cu aspecte multiple, cu o doză de labilitate care la nevoie poate îndreptăți convenționalismul; dar și cu parametrii care trebuie respectați”<sup>50</sup>.

Acești „parametri” țin, poate de legătura limbă-gândire, și atunci pluralismul logic trece în primul plan: „Metalogica, ca și logica, în momentul când se formalizează, se constată că e pluralistă. Recurența de la logică la metalogică, ceea ce intră în cadrele unei recurențe esențiale... nu e opusă pluralismului logic... Pluralismul logic e unul din aspectele a ceea ce numim libertatea axiomatică, caracter fundamental al gândirii umane”<sup>51</sup>.

Este exprimat aici un adevăr elogiu al pluralismului logic, la a cărui afirmare opera lui Carnap a contribuit în mod fundamental. În felul acesta, formula sa «*În logică nu există nici o morală*» («In der Logik gibt es keine Moral») nu poate fi înțeleasă decât în orizontul pluralismului logic<sup>52</sup>.

---

<sup>47</sup> *Ibidem*, p. 32.

<sup>48</sup> *Ibidem*, p. 33, 34. „Mai târziu, preciza Carnap, am observat că metateoria trebuie să conțină, pe lângă aceasta (latura sintactică – n.n.), o semantică și o pragmatică” (*Ibidem*, p. 35).

<sup>49</sup> R. Carnap, *Sintaxa logică a limbajului (Introducere)*, p. 15, 16. În alt context (*Einführung in die symbolische Logik*, Wien, 1954, paragr. 1), Carnap scria: „... un sistem de logică simbolică nu este o teorie, adică un sistem de aserțiuni asupra unor obiecte oarecare, ci o *limbă*, adică un sistem de semne cu reguli de folosire a acestor semne”.

<sup>50</sup> P. Botezatu, *Semiotică și negație*, Editura Junimea, Iași, 1973, p. 94, 95.

<sup>51</sup> Gr.C. Moșil, *Pluralismul logic*, în: *Încercări vechi și noi de logică neclasică*, Editura Științifică, București, 1965, p. 89. Este de reținut aici și explicația: „... deși e o deosebire între a gândi ceva și a gândi la gândirea noastră despre ceva, totuși aceleași reguli logice se prezintă și într-un caz și în celălalt. Gândind despre gândirea mea, voi avea aceeași libertate de a adopta o logică nechrisippiană sau una nearistotelică, pe care am constituit-o și la primul pas al gândirii despre ceva” (*Ibidem*).

<sup>52</sup> Rămâne însă de tratat problematica specială a formalismului, în funcție de context (logic sau matematic), presupunând cumva deosebirea de tip de raționalitate (ar fi o ipoteză de lucru!). Pe acest fond este posibilă și o întâlnire a logicismului cu formalismul, dar la nivele ulterioare discuțiilor din anii '30 ai secolului trecut, context în care metodologica (și metamatematica) înregistrează dezvoltări ce pun într-o nouă lumină metalimbajul. Fără a neglija teza lui Wittgenstein («Nu pot să ies cu limba în afară din limbă»), nu-i de trecut cu vederea posibilitatea oferită de pluralismul logic.