NEGAȚII NECLASICE. INTERPRETĂRI METATEORETICE ŞI EXTINDERI SPRE ŞTIINȚE SOCIO-UMANE

GABRIEL ILIESCU

1. RECONSIDERÂND REZULTATE ANTERIOARE

Dintr-un articol precedent[1] asupra funcțiilor de adevăr reţin o distincție cu câteva urmări. Disting între funcții de adevăr pe care convențional le notez φ respectiv ψ.

1. Funcțiile de adevăr notate φ au preponderent concluzii şi le corespund doar funcții-negații contrare (╕), în timp ce funcțiile de adevăr notate ψ au preponderent premise şi le corespund doar funcții-negații subcontrare (╥). Există de asemenea şi funcții mixte.

2. Contrarele şi concluziile funcțiilor φ date sunt reciproc contradictorii, la fel şi subcontrarele şi premisele funcțiilor ψ.

Urmările sunt două lanțuri sau şiruri de echivalențe. Mai exact, pentru oricare două funcții φ şi ψ care sunt reciproc contradictorii au loc următoarele condiții.

3. Concluziile lui φ ($\mathit{Con}(\varphi)$) sunt aceleaşi cu: contradictoriile contrarelor acesteia ($\mathit{Ctr}(\text{╕}(\varphi))$), subcontrarele ($\text{╥}(\psi)$) şi cu contradictoriile premiselor lui ψ ($\mathit{Ctr}(\mathcal{P}(\psi))$). Ceea ce formal, în articolul menționat, consemnez în următorul şir de echivalențe:

$$\mathit{Con}(\varphi) = \mathit{Ctr}(\text{╕}(\varphi)) = \text{╥}(\psi) = \mathit{Ctr}(\mathcal{P}(\psi)) = \{\gamma_1,\ldots, \gamma_n\}$$ [2]

4. Premisele lui ψ ($\mathcal{P}(\psi)$) sunt aceleaşi cu: contradictoriile subcontrarelor lui ψ ($\mathit{Ctr}(\text{╥}(\psi))$), cu contrarele $\text{╕}(\varphi)$ şi cu contradictoriile concluziilor lui φ $\mathit{Ctr}(\mathit{Con}(\varphi))$. Acestea, la rândul lor, erau redate simbolic astfel:

$$\mathcal{P}(\psi) = \mathit{Ctr}(\text{╥}(\psi)) = \text{╕}(\varphi) = \mathit{Ctr}(\mathit{Con}(\varphi)) = \{\sim\gamma_1,\ldots, \sim\gamma_n\}$$ [3]

Din mulțimea celor 16 funcții de adevăr pe care am făcut observația, rețin pentru aici doar două: *conjuncția* şi *anticonjuncția*, respectiv *incompatibilitatea*. O

[1] Gabriel Iliescu, *Negații neclasice, funcții-concluzive şi funcții-premise*, în „Probleme de logică”, vol. XVI, Editura Academiei Române, Bucureşti, 2013, pp. 88–117.
[2] *Ibidem*, p. 114.
[3] *Ibidem*.

întrebare cu care încheiam articolul precedent era dacă aceste observații pot fi extinse dincolo de universul funcțiilor de adevăr. Folosesc semnele şi definițiile matriceale ale aceluiaşi autor pentru negațiile non-clasice[4].

2. IPOTEZE-ÎNTREBĂRI ŞI EXPLICITATREA ACESTORA

În legătură cu cele două şiruri de echivalențe de mai sus formulez următoarele ipoteze-întrebări:

Pot aceste funcții de adevăr să exprime idei metateoretice precum proprietățile sistemelor axiomatice şi relația dintre ele?
Invers: pot fi asimilate proprietățile sistemelor axiomatice şi relația dintre ele ca nişte cazuri particulare ale acestor funcții de adevăr?

Se impun câteva precizări privind ipotezele menționate.

Prima precizare este că chiar limba naturală este un metalimbaj al simbolismului, ceeace înseamnă că metalimbajul este despre limbaj[5]. În treacăt spus, relația dintre limbaj şi metalimbaj prezintă unele proprietăți interesante, neanalizate aici[6]. În special, „p şi q" este despre „p & q"[7]. Cuvântul „şi" este despre semnul „&". În genere, prin *metalimbaj* se construieşte o *metateorie* a limbajului simbolic. Dincolo de această situație, aşa cum oricărei teorii îi corespunde cel puțin un limbaj, tot aşa metateoriei îi corespunde metalimbajul[8]. A doua precizare se referă la proprietățile metateoretice din unghiul de vedere al cărora sunt studiate sistemele axiomatice. Întrebarea formulată, se referă la cel de al doilea sens al termenului.

În articolul prezent mă bazez pe posibilitatea de folosi achizițiile menționate, pentru tratarea unor probleme metateoretice. O schemă de propoziție ce exprimă funcția de adevăr a conjuncției poate fi interpretată atât prin 'plouă şi bate vântul' cât şi prin 'Σ este complet şi Σ este noncontradictoriu'. În care Σ este o metavariabilă pentru un sistem axiomatic.

Ceea ce justifică întrebarea asumată mai sus este o relație de *corespondență non-biunivocă* între simbolurile care exprimă funcții de adevăr şi anumite cuvinte din limba naturală prin care se traduc aceste simboluri. Astfel, în toate aparițiile lor, simbolurile verifuncționale sunt traduse prin aceleaşi cuvinte de limbă naturală. Reciproca nu este adevărată. Nu toate aparițiile anumitor cuvinte de limbă naturală

[4] Dumitru Gheorghiu, *Intuiționism, paraconsistență, contrarietate şi subcontrarietate*, în *Ex falso quodlibet, Studii de logică paraconsistentă*, coordonatori Iancu Lucica, Dumitru Gheorghiu, Roman Chirilă, Editura Tehnică, Bucureşti, 2004, pp. 251–254.

[5] Gheorghe Enescu, *Teoria sistemelor logice*, Editura Ştiințifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1976, p. 9.

[6] *Ibidem.*

[7] Gheorghe Enescu, *Analiză logică a conjuncțiilor în limba română*, în *Paradoxuri, sofisme, aporii*, Editura Tehnică, colecția Cogito, Bucureşti, 2003, p. 303.

[8] Gheorghe Enescu, *Teoria sistemelor logice*, Editura Ştiințifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1976, p. 10.

sunt traductibile prin una şi aceeaşi funcţie de adevăr. Ceea ce înseamnă că pentru fiecare apariţie a unor astfel de cuvinte, trebuie decis dacă sunt sau nu traductibile printr-o anumită funcţie de adevăr.

PREFIGURAREA UNOR SCHEME DE INFERENȚĂ

În cele ce urmează, întâi reactualizez şirul de echivalenţe:

$\mathit{Con}(\varphi) = \mathit{Ctr}(\text{╕}(\varphi)) = \text{╥}(\psi) = \mathit{Ctr}(\mathcal{P}(\psi)) = \{\gamma_1,..., \gamma_n\}$[9]

Aceasta înseamnă că putem scrie un număr de scheme de raţionare în care φ apare ca premisă. Aceste scheme pot fi întâi metateoretice. O primă astfel de schemă are ca concluzie abstractă $\mathit{Ctr}(\text{╕}(\varphi))$. Ceea ce însemnă că φ are drept concluzii contradictoriile propriilor sale contrare. Avem un lanţ de echivalenţe care continuă cu subcontrarele lui ψ ($\text{╥}(\psi)$) şi cu contradictoriile premiselor lui ψ ($\mathit{Ctr}(\mathcal{P}(\psi))$). Pe baza echivalenţei, în schema iniţială (col. 1, jos) putem înlocui $\mathit{Ctr}(\text{╕}(\varphi))$ cu aceste două echivalente. Astfel, obţinem alte două scheme de inferenţă abstracte care arată că φ are la fel de bine drept concluzii: $\text{╥}(\psi)$, (col. 2, jos) şi $\mathit{Ctr}(\mathcal{P}(\psi)$, (col. 3, jos). Ceea ce înseamnă un mod abstract descriptiv de a indica concluziile lui φ.

1	2	3
$\underline{\varphi}$	$\underline{\varphi}$	$\underline{\varphi}$
$\mathit{Ctr}(\text{╕}(\varphi))$	$\text{╥}(\psi)$	$\mathit{Ctr}(\mathcal{P}(\psi))$

Acest lanţ se încheie cu şirul de funcţii numite explicit: $\gamma_1,..., \gamma_n$. Şi acestea la rândul lor pot înlocui expresiile abstracte din 1, 2, şi 3. Construim astfel o a patra schemă de inferenţă mai concretă şi compusă din conjuncţia funcţiilor concluzive ale lui φ (col 4, jos). La rândul său, aceasta poate fi descompusă în scheme atomare conţinând drept concluzie doar câte o singură funcţie γ (col. 5, jos).

4	5		
$\underline{\varphi}$	$\underline{\varphi}$	.....	$\underline{\varphi}$
γ_1 &...& γ_n	γ_1	.....	γ_n

În al doilea, rând revenim la alineatul 4 din secţiunea 1, cu referire la echivalenţele lui $\mathcal{P}(\psi)$.

$\mathcal{P}(\psi) = \mathit{Ctr}(\text{╥}(\psi)) = \text{╕}(\varphi) = \mathit{Ctr}(\mathit{Con}(\varphi)) = \{\sim\gamma_1,..., \sim\gamma_n\}$[10]

---

[9] G. Iliescu, *op. cit.*, p. 114.
[10] *Ibidem*, p. 114.

La rândul său aceasta permite o altă serie de scheme de raționare în care ψ apare ca concluzie. Şi aici avem un prim rând de scheme descriptive. O primă astfel de schemă are ca premisă *Ctr*(╖(ψ)). Ceea ce ar însemna că ψ are premise contradictoriile propriilor sale subcontrare. Şi aici avem un lanț de echivalențe, care continuă cu contrarele lui φ (╕(φ)) şi cu contradictoriile concluziilor lui ψ (*Ctr*(╖(ψ))). Aşadar, tot pe baza echivalenței între acestea, în schema din stânga (col 6) putem înlocui *Ctr*(╕(ψ)) cu următoarele două echivalente. Se obțin alte două scheme de inferență abstracte care arată că ψ are drept premise: ╕(φ), (col. 7, jos) şi *Ctr*(*Con*(φ)), (col. 8, jos). Avem de fapt tot atâtea moduri abstracte de a indica premisele lui ψ. Acest lanț se încheie cu şirul de funcții numite explicit: $\sim\gamma_1, ..., \sim\gamma_n$. Şi acestea la rândul lor pot înlocui expresiile abstracte din 6, 7, şi 8. Construim astfel o a patra schemă de inferență mai concretă şi compusă din disjuncția funcțiilor-premise ale lui ψ (col. 9). În fine, descompunem această schemă la rândul ei în scheme atomare conținând drept premisă câte o singură funcție ~γ (col. 10).

6	7	8	9	10		
Ctr(╖(ψ))	╕(φ)	*Ctr*(*Con*(φ))	$\sim\gamma_1$ v...v $\sim\gamma_n$	$\sim\gamma_1$	....	$\sim\gamma_n$
Ψ	ψ	ψ	ψ	ψ	....	ψ

3. EXEMPLIFICĂRI ŞI INTERPRETĂRI

Exemplific genul de funcție φ prin *p & q* iar funcția ψ prin *p / q*. Mă bazez pe faptul că la întrebările din secțiunea 2 se poate răspunde afirmativ. Ca urmare interpretez funcțiile şi schemele de inferență asociate lor prin conținuturi ce țin de unele proprietăți metateoretic axiomatice. Altfel spus, aici, unele conținuturi din metateoria axiomaticii sunt asimilate ca nişte cazuri particulare ale unor inferențe asociate funcțiilor de adevăr. Intenția este şi de a aduce în discuție extensibilitatea acestor idei pentru domeniul ştiințelor socio umane.

3.1. Exemplifcarea lui φ prin p & q

Revin la şirul de echivalențe şi la inferențele asociate funcției de adevăr al conjuncției.

Con(p & q) = *Ctr*(╕(p & q)) = ╖(p / q) = *Ctr*(𝒫(p / q)) = {p v q, p ⊂ q, p, p ⊃ q, q, p ≡ q}[11]

[11] *Ibidem*, p. 116.

Din care evidențiez următoartele scheme de raționare:

1	2	3
$\underline{p \,\&\, q}$	$\underline{p \,\&\, q}$	$\underline{p \,\&\, q}$
Ctr(╕ (p & q))	╥(p / q)	*Ctr*(*𝒫*(p / q))

4	5	6	7	8	9
$\underline{p \,\&\, q}$	$\underline{p \,\&\, q}$	$\underline{p \,\&\, q}$	$\underline{p \,\&\, q}$	$\underline{p \,\&\, q}$	$\underline{p \,\&\, q}$
$p \vee q$	$p \subset q$	p	$p \supset q$	q	$p \equiv q$

Două consecințe imediate prin echivalență se pot degaja din coloana 4 în care conjuncția are drept consecință disjuncția inclusivă. Acestea sunt echivalente şi arată că falsitatea fiecăruia dintre cei doi membri ai conjuncției îl implică pe celălalt. Ca urmare întâi, se pot scrie două scheme de raționare directă între disjuncție şi aceste două consecințe (coloanele 10 şi 11, jos). Apoi, prin tranzitivitate, între coloana 4 şi coloanele 10 şi 11, având ca o concluzie intermediară disjuncția, se pot scrie alte două scheme de inferență având ca premisă conjuncția şi aceleaşi implicații drept concluzie (coloanele 12, 13).

10	11	12	13
$\underline{1.\ p \vee q}$	$\underline{1.\ p \vee q}$	$\underline{p \,\&\, q}$	$\underline{p \,\&\, q}$
2. $\sim p \supset q$	3. $\sim q \supset p$	2. $\sim p \supset q$	3. $\sim q \supset p$

3.2. Relația dintre conjuncția în limba naturală şi funcția de adevăr

Ideea din paragraful în care am formulat ipoteza va fi exemplificată aici prin referire la conjuncție. Între aparițiile semnului „&" şi aparițiile cuvântului „şi" există o relație oarecum asimetrică. În general aparițiile semnului „&" se pot traduce prin „şi", în timp ce nu toate aparițiile lui „şi" sunt codificabile prin „&". Urmează o explicitare acestor idei.

Pe de o parte, odată ce „p & q" este tradus, respectiv codificat prin „p şi q", domeniul conținuturilor de gândire naturală prin care pot fi decodificate cele două variabile propoziționale este restricționat, deşi nu în mod riguros. În raport cu mulțimea acestor conținuturi de gândire naturală posibile este nevoie pentru fiecare astfel de conținut, să se decidă care dintre ele este un interpretant adecvat al acestor variabile.

Pe de altă parte, nu toate aparițiile lui „şi" şi nu doar acestea sunt traductibile-codificabile prin „&", pentru că nu toate stau pentru această funcție de adevăr. Ca urmare, pentru fiecare apariție a lui „şi" în limba naturală trebuie decis dacă stă sau nu pentru funcția de adevăr a conjuncției. Iar decizia se ia prin recurs la conținutul de gândire naturală al propozițiilor astfel conectate. Încât venind şi din această direcție, domeniul propozițiilor ce pot fi traduse-codificate prin funcția de adevăr este restricționat.

Nu doar aparițiile lui „şi" sunt traductibile prin funcția de adevăr a conjuncției, dar şi alte conjuncții şi combinații de particule de limbă naturală pot sta pentru funcția de adevăr menționată. Astfel, conjuncția adversativă „dar" este menționată de autori români precum D. Gheorghiu[12] şi Enescu Gheorghe[13]. Cel de al doilea adaugă ca alternative ale lui „şi" în limba naturală: „...dar nu şi..."[14] „iar"[15], „însă"[16].

Toate permit întâi parafrazarea. Rezultatul acesteia este o variantă presupusă ca echivalentă cu cea inițială. Apoi în funcție de rezultat, poate avea loc traducerea-codificare prin funcția de adevăr a conjuncției. Parafrazarea poate produce propoziții care conțin „şi" dintre care unele cu sens altele fără sens.

Dacă propozițiile astfel rezultate sunt fără sens atunci prezența lui „şi" nu va fi o expresie a funcției de adevăr a conjuncției. Astfel propoziția: *Camera deputaților şi Senatul sunt convocate în şedință comună*[17], devine prin parafrazare: *Camera deputaților este convocată în şedință comună şi Senatul este convocat în şedință comună*. În acest caz, ambele componente ale conjuncției sunt lipsite de sens.

La fel de bine, dacă propozițiile astfel rezultate sunt false atunci, de asemenea prezența lui „şi" nu va sta pentru conjuncția ca funcție de adevăr. Astfel: *Laurel şi Hardy au ridicat un pian* prin distribuție devine *Laurel a ridicat un pian şi Hardy a ridicat un pian* [18]. Ca urmare „şi" nu stă pentru funcția de adevăr „&", deci nu poate fi tradus prin această funcție de adevăr[19].

Însă dacă ceea ce se obține prin parafrazare sunt propoziții cu sens, atunci este posibil ca chiar în acest stadiu să avem funcția de adevăr a conjuncției. Astfel: *Pro TV şi Tele7abc sunt posturi de televiziune private* produce propoziții cu sens: *Pro TV este post de televiziune privat şi Tele7abc este post de televiziune privat*[20]. Rezultatul, pe lângă că are sens dar valoarea de adevăr a sa depinde de valorile de adevăr ale componentelor. Ca urmare propoziția poate fi tradusă-codificată prin funcția de adevăr a conjuncției.

Dacă nu acesta este cazul atunci putem continua analiza pentru a verifica dacă propozițiile respective, prin conținutul lor, exprimă stări de fapte succesive, adică au orientare temporală, eventual chiar mai specială, şi anume cauzală, sau nu. Putem doar presupune că propozițiile fără orientare temporală compun o expresie a funcției de adevăr a conjuncției. La rândul lor propozițiile care au orientare temporală, pot fi scindate în: cele pentru care orientarea temporală nu poate fi neglijată şi altele pentru care această orientare poate fi neglijată. În cazul *„Astăzi*

---

[12] Dumitru Gheorghiu, *Logica generală*, vol. I, Ed. Fundației România de Mâine, Bucureşti, 2001, p. 64.

[13] Gheorghe Enescu, *Analiză logică a conjuncțiilor în limba română*, în *Paradoxuri, sofisme, aporii*, Ed. Tehnică, colecția Cogito, Bucureşti, 2003, p. 298, poziția 4 în grilă.

[14] Gh. Enescu, *op. cit.*, p. 298, poziția 6 în grilă.

[15] Gh. Enescu, *op. cit.*, p. 298, poziția 12 în grilă.

[16] Gh. Enescu, *op. cit.*, p. 298, pozițiile 14 în grilă.

[17] D. Gheorghiu, *op. cit.*, p. 62.

[18] Kent Bach, *Language, logic and form*, în *A companion to philosophical logic*, Edited by Dale Jaquette, Blackwell Publishing, 2006, p 53.

[19] D. Gheorghiu, *op. cit.*, p. 62.

[20] D. Gheorghiu, *op. cit.*, p. 64.

este luni şi mâine este marți" aplicând comutativitatea, se obține o propoziție cu aceeaşi valoare logică[21]. Ca urmare, cele pentru care aspectul temporal nu poate fi neglijat, nu stau pentru funcția de adevăr a conjuncției, indiferent dacă este sau nu prezentă cauzalitatea.

Pentru a decide dacă avem de a face cu prezența funcției de adevăr a conjuncției, Kent Bach aduce în discuție şi alte teste. Ambele ordonări ale conjuncției prin comutare sunt încorporate ca antecedenți în condiționali cărora li se pot ataşa firesc consecvenți diferiți. Fie următoarele două ordonări ale conjuncției: *Carley se mărită şi rămâne însărcinată* şi *Carley rămâne însărcinată şi se mărită*.[22] Fiecare se încorporează în doi condiționali distincți cu referire la consecvent: *Dacă Carley se mărită şi rămâne însărcinată atunci mama ei este emoționată* şi *Dacă Carley rămâne însărcinată şi se mărită atunci mama ei se simte uşurată*[23]. Ceea ce evidențiază că cele două ordini diferite ale conjuncției antrenează în mod natural consecvenți distincți. De asemenea ambele ordonări ale conjuncției pot fi cuprinse în formulări ale preferințelor. O ordine este preferabilă alteia. De unde urmează că nu sunt echivalente[24].

Sintetizând, o expresie de forma *p & q*, tradusă parțial prin *p şi q*, va fi decodifcată prin anumite propoziții în limba naturală sau o expresie de formă conjunctivă cu propoziții în limba naturală, va fi codificată printr-o expresie de forma *p & q* în condițiile în care propozițiile de limbă naturală: 1. au sens în urma unei eventuale parafrazări; 2. nu au orientare temporală şi nici cauzală; 3. această orientare poate fi neglijată pentru că: comutarea conjuncției nu antrenează consecvenți diferiți, dacă este încorporată în condiționali sau nu exprimă vreo ierarhie preferențială.

3.3. Interpretarea lui p & q şi a concluziilor sale prin raportul de compatibilitate dintre completitudine şi consistență

În cazul dat, conținutul de gândire naturală se referă la metateoria axiomatică. Pentru un sistem axiomatic Σ reținem două proprietăți mai importante precum *consistența* şi *completitudinea*. Nu se va intra conținutul acestor proprietăți. În cele ce urmează reținem doar că avem două genuri de expresii: primele trei surprind formele în care se poate întâlni în limba naturală menționarea acestor proprietăți, în cadrul unei metateorii informale, iar ultima formulare redă evident o funcție de adevăr.

1.1. Σ este (un sistem axiomatic) complet şi consistent.
1.2. Σ este complet iar consistența este de asemenea o proprietate a lui.
1.3. Σ este complet însă este consistent.
2. p & q

[21] *Ibidem*, p. 64.
[22] Kent Bach, *Language, logic and form*, în *A companion to philosophical logic*, Edited by Dale Jaquette, Blackwel Publishing, 2006, p. 54.
[23] *Ibidem*.
[24] *Ibidem*.

În particular, formularea 1.1. este inversă unuia dintre cazurile anterioare[25]. În loc să avem două obiecte, avem unul singur care este un sistem axiomatic *Σ*. În loc să avem o singură proprietate, avem două proprietăți: de a fi *complet* şi *consistent*. În plus, ambele propoziții astfel formate au sens şi cele două proprietăți nu se condiționează temporal şi cu atât mai puțin cauzal. Încorporate în câte un condițional, conjuncția şi comutarea acesteia ar antrena aceiaşi consecvenți. Obstacolele menționate mai sus nu împiedică traducerea prin funcția de adevăr a conjuncției. Invers, expresia verifuncțională conjuctivă poate fi interpretată corect prin acest conținut. Aceeaşi situație o întâlnim şi în celelalte două formulări. Astfel că reformularea pentru 1.1 – 1.3 este: *Σ este complet şi Σ este consistent*. Apoi se introduc convenții de notare în vederea unei simbolizări mai adecvate la componența în limba naturală a enunțului. Convenim să notăm *Σ este complet* prin *COMP*(Σ) şi *Σ este consistent* prin *CONS*(Σ):

3. *COMP*(Σ) & *CONS*(Σ)

Ca urmare, conjuncția celor două proprietăți metateoretice va fi asimilată la toate datele de aici ale conjuncției: şirul de echivalențe, opuşii (contrarietate şi contradicție) scheme de inferență. Instanțiem întâi şirul de echivalențe al concluziilor conjuncției cu atomii metateoretici *COMP*(Σ) şi *CONS*(Σ).

Con(*COMP*(Σ)) & *CONS*(Σ)) = *Ctr*(⌉(*COMP*(Σ) & *CONS*(Σ))) = ╥(*COMP*(Σ) / *CONS*(Σ)) = {*COMP*(Σ) v *CONS*(Σ),*COMP*(Σ) ⊂ *CONS*(Σ), *COMP*(Σ), *COMP*(Σ) ⊃ *CONS*(Σ),*CONS*(Σ), *COMP*(Σ) ≡ *CONS*(Σ)}

La rândul său, lista schemelor de inferență referitoare la concluziile derivabile din faptul că sistemul are ambele proprietăți este :

14	15	16
COMP(Σ) & *CONS*(Σ)	*COMP*(Σ) & *CONS*(Σ)	*COMP*(Σ) & *CONS*(Σ)
COMP(Σ) v *CONS*(Σ)	*COMP*(Σ) ⊂ *CONS*(Σ)	*COMP*(Σ)
17	18	19
COMP(Σ) & *CONS*(Σ)	*COMP*(Σ) & *CONS*(Σ)	*COMP*(Σ) & *CONS*(Σ)
COMP(Σ) ⊃ *CONS*(Σ)	*CONS*(Σ)	*COMP*(Σ) ≡ *CONS*(Σ)

Este lesne observabil că schemele de raționare 14-19 sunt interpretări metateoretice ale schemelor 4-9. Ceeace arată că simultaneitatea prezenței ambelor proprietăți are următoarele concluzii. Numerotarea lor coincide cu numărul inferenței în care apar:

[25] D. Gheorghiu, *op.cit.,* p. 64.

14. sistemul Σ este complet sau consistent;
15. sistemul Σ este complet dacă este consistent;
16. sistemul Σ este complet;
17. dacă sistemul Σ este complet atunci este consistent;
18. sistemul Σ este consistent;
19. sistemul Σ este complet dacă şi numai dacă este consistent.

Reactualizăm tranzitivitatea închisă între coloanele 4 şi 10-11, care a permis obținerea schemelor 12-13. Aplicăm aceasta prescurtat aici la concluzia disjunctivă de la 14. De unde urmează că absența uneia dintre cele două proprietăți o implică pe cealaltă. Atât absența completitudinii implică prezența consistenței, cât şi invers (coloanele 20, 21 jos). Prin tranzitivitate între premisa conjunctivă a lui 14 şi concluziile condiționale a lui 20 şi 21 se obțin inferențele 22 şi 23:

20	21
$\underline{\mathcal{COMP}(\Sigma) \vee \mathcal{CONS}(\Sigma)}$	$\underline{\mathcal{COMP}(\Sigma) \vee \mathcal{CONS}(\Sigma)}$
$\sim\mathcal{COMP}(\Sigma) \supset \mathcal{CONS}(\Sigma)$	$\sim\mathcal{CONS}(\Sigma) \supset \mathcal{COMP}(\Sigma)$
22	23
$\underline{\mathcal{COMP}(\Sigma) \,\&\, \mathcal{CONS}(\Sigma)}$	$\underline{\mathcal{COMP}(\Sigma) \,\&\, \mathcal{CONS}(\Sigma)}$
$\sim\mathcal{COMP}(\Sigma) \supset \mathcal{CONS}(\Sigma)$	$\sim\mathcal{CONS}(\Sigma) \supset \mathcal{COMP}(\Sigma)$

Ultimele raționamente arată că prezența completitudinii şi consistenței are drept consecințe, intermediate de disjuncție, faptul că absența uneia dintre ele implică prezența celeilalte.

3.4. O extindere a interpretărilor

Introducem o idee suplimentară, anume proprietatea de *decidabilitate* a unui sistem axiomatic *Σ*. Fără a fi o preocupare centrală aici, considerăm odată cu Gh. Enescu distincția între două sensuri ale conceptului « a decide » : algoritmic şi axiomatic[26]. Primul dintre sensuri, cel algoritmic, comportă la rândul distincția găsirea unei proceduri finite ca număr de paşi şi efectivitatea aplicării acesteia[27]. Rezultatul fiind desigur posibilitatea de a caracteriza valoarea logică a unei formule[28]. Totuși dintre cele două sensuri menționate de logicianul român, reținem aici pe cel de al doilea, anume cel axiomatic, despre care se arată că este corelat cu completitudinea[29] în sensul că «*sistemul este decidabil dacă este complet* »[30]. Ceea ce reformulăm întâi în limbaj natural şi apoi simbolic, astfel:

---

[26] Gheorghe Enescu, *Problema deciziei în logica standard*, în vol. *Paradoxuri, sofisme, aporii*, Ed. Tehnică, Bucureşti, 2003, p. 186.
[27] Gh. Enescu, *op. cit*, p. 187.
[28] Gh. Enescu, *op. cit*, p. 186.
[29] Gh. Enescu, *op. cit*., p. 187 cu referire la Ackermann.
[30] Gh. Enescu, *op. cit*, p. 187.

Dacă Σ este complet atunci Σ este decidabil.
$\mathcal{COMP}(\Sigma) \supset \mathcal{DECID}(\Sigma)$

Folosind aceasta în combinație cu concluziile lui 22 şi 23 în mod succesiv, obținem raționamentele 24 şi 25. După care se închide tranzitivitatea între 22 şi 24 pe de o parte, apoi între 23 şi 25 pe de altă parte. Întrucât $\sim\mathcal{COMP}(\Sigma) \supset \mathcal{CONS}(\Sigma)$ este concluzia lui 22 şi premisa lui 24, aceasta nu va fi menționată în noua inferență concluzivă. Aceeaşi stuație o are $\sim\mathcal{CONS}(\Sigma) \supset \mathcal{COMP}(\Sigma)$ cu refereire la 23 şi 25. Astfel, din premisa conjunctivă comună lui 22 şi 23 şi din premisa adăugată ce conține decidabilitatea, obținem inferența următoare:

24	25	26
$\sim\mathcal{COMP}(\Sigma) \supset \mathcal{CONS}(\Sigma)$	$\sim\mathcal{CONS}(\Sigma) \supset \mathcal{COMP}(\Sigma)$	$\mathcal{COMP}(\Sigma)\ \&\ \mathcal{CONS}(\Sigma)$
$\underline{\mathcal{COMP}(\Sigma) \supset \mathcal{DECID}(\Sigma)}$	$\underline{\mathcal{COMP}(\Sigma) \supset \mathcal{DECID}(\Sigma)}$	$\underline{\mathcal{COMP}(\Sigma) \supset \mathcal{DECID}(\Sigma)}$
$\sim\mathcal{CONS}(\Sigma) \supset \mathcal{DECID}(\Sigma)$	$\sim\mathcal{CONS}(\Sigma) \supset \mathcal{DECID}(\Sigma)$	$\sim\mathcal{CONS}(\Sigma) \supset \mathcal{DECID}(\Sigma)$

Totuşi, din inferența 26 se poate scoate o concluzie mai simplă privitoare doar la decidabilitatea lui *Σ*. Din premisa conjunctivă, în loc să se deducă disjuncția, se degajă mai simplu concluzia că *Σ este complet* prin eliminarea conjuncției (27). După care se adaugă premisa nouă $\mathcal{COMP}(\Sigma) \supset \mathcal{DECID}(\Sigma)$. Avem astfel premisele unui modus ponens din care detaşăm concluzia decidabilitții (28). Sintetizând inferențele 27 şi 28, obținem inferența 29. Aceasta are premisele lui 26 dar concluzia lui 28.

27	28	29
$\underline{\mathcal{COMP}(\Sigma)\ \&\ \mathcal{CONS}(\Sigma)}$	$\mathcal{COMP}(\Sigma)$	$\mathcal{COMP}(\Sigma)\ \&\ \mathcal{CONS}(\Sigma)$
$\mathcal{COMP}(\Sigma)$	$\underline{\mathcal{COMP}(\Sigma) \supset \mathcal{DECID}(\Sigma)}$	$\underline{\mathcal{COMP}(\Sigma) \supset \mathcal{DECID}(\Sigma)}$
	$\mathcal{DECID}(\Sigma)$	$\mathcal{DECID}(\Sigma)$

Inferența 29 are semnificația că sistemele axiomatice complete şi consistente a căror completitudine implică decidabilitatea în concluzie sunt decidabile. Pentru astfel de sisteme decidabilitatea lor este implicată de căte completitudinea lor.

Comparând acum 26 cu 29 constatăm că au aceleaşi premise dar diferă prin concluzie. În timp ce 26 concluzionează mai complicat, printr-un condițional care arată că absența consistenței implică decidabilitatea lui Σ, 29 concluzionează prin doar consecventul lui 26, privitor la decidabilitatea lui Σ. Ce e drept concluziile celor două nu sunt independente: din concluzia lui 29 se poate obține concluzia lui 26 prin expandare disjunctivă, dar invers, nu.

3.5. Exemplifcarea lui ψ prin p / q

Revenim asupra şirului 4 din secțiunea inițală, cel privitor la funcțiile ψ, respectiv cele care au subcontrare şi premise. Şirul de echivalențe asociat acestor funcții este:

***P*(p / q)** = *Ctr*(╖(p / q)) = ╕(p & q) = *Ctr*(*Con*(p & q)) = {p ↙ q, p ⊄ q, ~p, p ⊅ q, ~q, p w q}[31]

Desprindem de aici schemele de inferență întâi în forma abstract descriptivă apoi concretă.

1	2	3
Ctr(╖(p / q))	╕(p & q)	*Ctr*(*Con*(p & q))
p / q	p / q	p / q

Contradictoriile subcontrarelor incompatibilității (*Ctr*(╖(p / q)) din col 1 de sus, contrarele conjuncției (╕(p & q)), din coloana 2 de sus şi contradictoriile concluziilor conjuncției (*Ctr*(*Con*(p & q))) din coloana 3 de sus sunt echivalente atât între ele cât şi cu cu şirul de funcții {p ↙ q, p ⊄ q, ~p, p ⊅ q, ~q, p w q}. Ca urmare se înlocuiesc toate cu disjuncția acestor funcții, având drept concluzie incompatibilitatea într-o unică schemă de raționare. Descopunem această schemă în şase scheme elementare având ca premisă fiecare dintre aceste funcții şi drept concluzie una şi aceeaşi incompatibilitate ca în grila următoare.

4	5	6	7	8	9
p ↙ q	p ⊄ q	~p	p ⊅ q	~q	p w q
p / q	p / q	p / q	p / q	p / q	p / q

Din incompatibilitatea celor două proprietăți decurg două consecințe. Din p / q, prin intermediul a doi paşi echivalenți, întâi *~(p & q)*, apoi *~p v ~q* decurg două consecințe: *p ⊃ ~q* şi *q ⊃ ~p*. Deşi echivalente aletic-semantic, acestea sunt pasibile de interpretări distincte în privința conținutului de gândire naturală. Este uşor de intuit că putem închide tranzitivitatea între p / q şi aceste două ultime consecințe. Obținem astfel schemele de inferență din coloanele 10 respectiv 11.

10	11
p / q	p / q
p ⊃ ~q	q ⊃ ~p

[31] *Ibidem*, p. 116.

Între schemele de inferență 4-9 ce conțin premisele incompatibilității şi schemele 10 şi 11 putem închide o nouă tranzitivitate. Din motive de economie, vom introduce o singură grilă cu noi scheme de raționare. Acestea vor conține premisele din schemele 4-5 cu un dublu rând de concluzii: cele de la schemele 10 şi 11. Urmează grila închiderii tranzitive

12	13	14	15	16	17
<u>p ↙ q</u>	<u>p ⊄ q</u>	<u>~p</u>	<u>p ⊅ q</u>	<u>~q</u>	<u>p w q</u>
p ⊃ ~q	p ⊃ ~q	p ⊃ ~q	p ⊃ ~q	p ⊃ ~q	p ⊃ ~q
q ⊃ ~p	q ⊃ ~p	q ⊃ ~p	q ⊃ ~p	q ⊃ ~p	q ⊃ ~p

3.6. Interpretarea lui p / q şi a premiselor acestuia prin incompatibilitatea dintre completitudine şi consistență

Cea de a doua funcție de adevăr propusă spre interpretare este incompatibilitatea. Şirul de echivalențe al incompatibilității specificat prin *COMP*(Σ) şi *CONS*(Σ) este:

P(*COMP*(Σ) / *CONSI*(Σ)) = *Ctr*(╖(*COMP*(Σ) / *CONS*(Σ))) = ╕(*COMP*(Σ) & *CONS*(Σ)) = *Ctr*(*Con*(*COMP*(Σ) & *CONS*(Σ))) = {*COMP*(Σ)↙*CONS*(Σ), *COMP*(Σ) ⊄ *CONS*(Σ), ~*COMP*(Σ),*COMP*(Σ) ⊅ *CONS*(Σ), ~*CONS*(Σ), *COMP*(Σ) w *CONS*(Σ)}

Acum, fie pe baza acestui şir de echivalențe, fie prin simpla înlocuire în schemele de inferență verifuncționale 4-9, cu premisele incompatibilității, obținem o primă grilă cu inferențe având conținut metateoretic:

4	5	6
<u>*COMP*(Σ) ↙ *CONS*(Σ)</u>	<u>*COMP*(Σ) ⊄ *CONS*(Σ)</u>	<u>~ *COMP*(Σ)</u>
COMP(Σ) / *CONS*(Σ)	*COMP*(Σ) / *CONS*(Σ)	*COMP*(Σ) / *CONS*(Σ)
7	**8**	**9**
<u>*COMP*(Σ) ⊅ *CONS*(Σ)</u>	<u>~*CONS*(Σ)</u>	<u>*COMP*(Σ) w *CONS*(Σ)</u>
COMP(Σ) / *CONS*(Σ)	*COMP*(Σ) / *CONS*(Σ)	*COMP*(Σ) / *CONS*(Σ)

Conform acestor inferențe, completitudinea şi consistența unui sistem sunt incompatibile deoarece sistemul:

4. nu este nici complet nici consistent sau
5. nu este complet, deşi este consistent sau
6. pur şi simplu, nu este complet sau
7. deşi este complet totuşi nu este consistent sau

8. iarăşi simplu spus, nu este consistent sau,

9. în fine, sistemul sau este complet sau este consistent, poate mai explicit spus cele două proprietăți se află în disjuncție exclusivă.

Și în acest caz, ne bazăm pe închiderea tranzitivă între premisele inferențelor 4-9 şi concluziile schemelor 10 şi 11. Redăm direct rezultatul acestei închideri tranzitive, exemplificat prin completitudine şi consistență Ceeace este redat în schemele 10-15 cu dubla concluzie de mai jos. Numerotarea va continua în funcție de schemele deja instanțiate cu conținuturi metateoretice.

10 $\underline{COMP(\Sigma) \swarrow CONS(\Sigma)}$ $COMP(\Sigma) \supset \sim CONS(\Sigma)$ $CONS(\Sigma) \supset \sim COMP(\Sigma)$	11 $\underline{COMP(\Sigma) \not\subset CONS(\Sigma)}$ $COMP(\Sigma) \supset \sim CONS(\Sigma)$ $CONS(\Sigma) \supset \sim COMP(\Sigma)$	12 $\underline{\sim COMP(\Sigma)}$ $COMP(\Sigma) \supset \sim CONS(\Sigma)$ $CONS(\Sigma) \supset \sim COMP(\Sigma)$
13 $\underline{COMP(\Sigma) \not\supset CONS(\Sigma)}$ $COMP(\Sigma) \supset \sim CONS(\Sigma)$ $CONS(\Sigma) \supset \sim COMP(\Sigma)$	14 $\underline{\sim CONS(\Sigma)}$ $COMP(\Sigma) \supset \sim CONS(\Sigma)$ $CONS(\Sigma) \supset \sim COMP(\Sigma)$	15 $\underline{COMP(\Sigma) \text{ w } CONS(\Sigma)}$ $COMP(\Sigma) \supset \sim CONS(\Sigma)$ $CONS(\Sigma) \supset \sim COMP(\Sigma)$

Este vizibil că aceste inferențe diferă prin premise. Conform primului şir de concluzii, *dacă un sistem Σ este complet atunci acesta nu este consistent*. Cel de al doilea şir de concluzii arată *dacă un sistem Σ este consistent atunci nu este complet*. Excluderea reciprocă a celor două proprietăți se exprimă de fapt prin două concluzii echivalente, întrucât sunt reciproc contrapuse.

4. CONCLUZII

Intenția inițială, nu a fost aceea de abordare a problemelor metateoriei axiomatice, şi cu atât mai puțin rezolvarea acestora, ci doar de a arăta că interpretările inferențelor asociate unora dintre funcții pot fi şi din acest domeniu.

Am scindat universul funcțiilor de adevăr în funcții pe care le-am numit convențional φ şi ψ, şi pe care le-am caracterizat din punctul de vedere al opozițiilor neclasice care le corespund şi al poziției ocupate în cadrul unor scheme inferenționale.

Conjuncția fiind o funcție de tipul φ, are toate caracteristicile acestei clase de funcții. Iar relația dintre proprietățile metateoretice ale unor sisteme axiomatice este conjunctivă. Mai exact menționarea fiecărei proprietăți despre respectivul sistem este un atom predicativ metateoretic, şi relația dintre aceştia este exprimabilă prin conjuncția: *Σ este complet şi Σ este consistent*. În limitele asimilării relației dintre completitudine şi consistență la funcția conjunctivă, ne aşteptăm ca relația conjunctivă să aibă, nu atât premise, cât consecințe, iar ca opuse, nu atât subcontrare cât *contrare* şi de asemenea şi o *contradictorie*. Bineînțeles că ştim şi care sunt *consecințele*, respectiv *contrarele* conjuncției acestor proprietăți.

Antidisjuncția, respectiv incompatibilitatea, fiind o funcție de tipul ψ, are de asemenea toate caracteristicile acestei clase de funcții. Iar cele două proprietăți metateoretice ale unor sisteme axiomatice sunt incompatibile. Ceea ce se poate exprima: *Σ nu este complet sau Σ nu este consistent*. Asimilând relația dintre completitudine şi consistență la funcția de incompatibilitate, ne aşteptăm ca această relație să aibă, nu atât *consecințe*, cât *premise*, şi dintre opuse, nu contrare ci *subcontrare*. De asemenea, aceasta are şi o *contradictorie*. Ca şi în cazul anterior este la de sine înțeles că ştim care sunt relațiile între aceste proprietăți care vor fi *premise*, şi care sunt *subcontrarele* incompatibilității. Desigur relațiile între proprietăți vor fi exprimate prin funcții de adevăr.

Conjuncția şi incompatibiltiatea celor două proprietăți sunt adevărate pentru valori diferite ale lui Σ. Reamintim că pentru funcția φ considerată, există exact o funcție ψ, astfel că cele două sunt reciproc contradictorii. Ca urmare, conjuncția şi incompatibilitatea sunt în această opoziție, inclusiv în interpretarea pentru domeniul metateoretic. Presupunând adevărată conjuncția completitudinii şi consistenței pentru unele semnificații ale lui Σ, urmează că incompatibilitatea, este falsă pentru aceleaşi semnificații ale metavariabilei Σ. Pe de altă parte, există semnificații ale aceleiaşi metavariabile, cu alte cuvinte sisteme axiomatice, pentru care relația de incompatibilitate între cele două proprietăți este adevărată. Prin urmare conjuncția este falsă pentru aceleaşi semnificații ale metavariabilei Σ. Astfel că, valorile lui Σ, adică sisteme axiomatice, pentru care este adevărată conjuncția dintre completitudine şi consistență şi valorile lui Σ pentru care este adevărată incompatibilitatea aceloraşi proprietăți sunt distincte. Numirea, indicarea explicită a acestor sisteme nu a făcut parte dintre scopurile prezentei preocupări.

Autonomia şi interdisciplinaritatea logicii sunt perfect compatibile. Pe de o parte, existența problemelor metateoretice arată că, cel puțin din acest punct de vedere, logica este o ştiință *autonomă*, preocupată cu limbajele simbolice. Pe de altă parte, *autonomia* nu o împiedică să aibă valențe *interdisciplinare*. Ceea ce poate însemna că simbolismul său este interpretabil extins, inclusv prin conținuturi de gândire naturală, selectate din domeniul ştiințelor socio umane cum ar fi, de exemplu, diferite ramuri ale Sociologiei. Logica le poate oferi acestora o structurare a gândirii pe baza unor criterii logice, gnoseologice, pragmatice[32], astfel astfel încât aceasta să devină intersubiectiv controlabilă sub raportul validității.

Metateoria logică este aplicabilă la domeniul ştiințelor socio-umane. În măsura în care gândirea sociologică poate fi (re)organizată în sisteme de tip axiomatic, formal sau informal, urmează că abordarea problemelor metateoretice ale logicii ar constitui inclusiv abordarea fundamentelor acestor sisteme sociologice, atât cât aceste sisteme sunt logic fundamentate. Ştiințele socio-umane

[32] Gheorghe Enescu, *Teoria sistemelor logice*, Editura Ştiințifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1976, p. 7, 13.

au nevoie de structurare logică, deoarece ele sunt într-o zonă de mijloc într-o ierarhie a gradelor de coerență. Ele sunt situate între logică matematică, aflate la o extremă şi teoriile culturiii la cealaltă extremă[33]. Chiar şi în acest stadiu se poate accepta că nici un autor de sistem de gândire sociologică, nu-şi doreşte nici ca teoria sa să fie contradictorie şi nici ca predicțiile acesteia să fie false indiferent cât de precis sau imprecis axiomatizat ar fi sistemul său. De asemenea aceiaşi autori şi-ar putea dori, ca tot ceea ce este adevărat despre obiectul cunoaşterii lor în domeniul socio uman să fie deductibil din sistemul lor, dacă este posibil. Trebuie menționat doar în treacăt că analiza logică în cadrul Sociologiei este doar o componentă prin care aceasta îşi poate manifesta valențele interdisciplinare.

BIBLIOGRAFIE

1. Gabriel Iliescu, *Negații neclasice, funcții-concluzive şi funcții-premise*, în *Probleme de logică*, Vol XVI, Ed Academiei Române, Bucureşti, 2013
2. Gheorghiu, Dumitru, *Intuiționism, paraconsistență, contrarietate şi subcontrarietate*, în *Ex falso quodlibet, Studii de logică paraconsistentă*, coordonatori Iancu Lucica, Dumitru Gheorghiu, Roman Chirilă, Editura Tehnică, Bucureşti, 2004
3. Gheorghe Enescu, *Analiză logică a conjuncțiilor în limba română*, în *Paradoxuri, sofisme, aporii*, Ed. Tehnică, colecția Cogito, Bucureşti, 2003
4. Gheorghe Enescu, *Teoria sistemelor logice*, Ed. Ştiințifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1976
5. Gheorghe Enescu, *Problema deciziei în logica standard*, în vol. *Paradoxuri, sofisme, aporii*, Ed. Tehnică, Bucureşti, 2003
6. Dumitru Gheorghiu, *Logica generală*, vol. I, Ed. Fundației România de Mâine, Bucureşti, 2001
7. Kent Bach, *Language, logic and form*, în *A companion to philosophical logic*, Edited by Dale Jaquette, Blackwel Publishing, 2006

[33] Gh. Enescu, *op. cit*, p. 13.