SILOGISMUL GENERALIZAT

IONEL NARIȚA

Raționamentele sunt elemente ale produsului cartezian Pr × Pr, unde *Pr* este mulțimea tuturor propozițiilor luate simultan. De pildă, perechea R = (p, q) este un raționament dacă valorile de adevăr ale celor două propoziții sunt raportate la același context. În acest caz, *q* este *concluzia* raționamentului *R* iar *p* constă într-o propoziție sau o conjuncție de propoziții, numite *premise*. De exemplu, perechea de propoziții („Dacă patru este număr par atunci dublul său este număr par și opt este dublul lui patru", „Opt este număr par") este un raționament care are drept premise propozițiile „Dacă patru este număr par atunci dublul său este număr par" și „Opt este dublul lui patru" iar concluzia este „Opt este număr par". Despre raționamentul *R* spunem că este *deductiv corect* dacă și numai dacă, în toate contextele în care *p* este adevărată *q* este, la rândul ei, adevărată.

1. STRUCTURA SILOGISMULUI GENERALIZAT

Raționamentul *categoric* este un raționament alcătuit din propoziții numite, la rândul lor, *categorice*; acestea presupun relații între extensiunile a doi termeni numiți *subiect* și *predicat*. Există patru tipuri de propoziții categorice:

Tabelul 1. Propoziții categorice

Propoziția	Denumire	Simbolizare	Presupunere
Toți *S* sunt *P*	universal-afirmativă	Asp	Clasa(sp*)[1] = ∅
Nici un *S* nu este *P*	universal-negativă	Esp	Clasa(sp) = ∅
Unii *S* sunt *P*	particular-afirmativă	Isp	Clasa(sp) ≠ ∅
Unii *S* nu sunt *P*	particular-negativă	Osp	Clasa(sp*) ≠ ∅

Un raționament categoric este *silogism* în următoarele condiții:

1) Termenii concluziei apar fiecare în câte o singură premisă. Subiectul concluziei se numește *minor* iar predicatul concluziei se numește *major*. Premisa care conține termenul minor se numește *minoră* iar premisa care conține termenul major se numește *majoră*. Ceilalți termeni se numesc *medii*.

2) Fiecare mediu apare în câte două premise.

3) Într-un silogism există cel puțin un termen mediu.

[1] Prin simbolul (*) reprezentăm negația.

Dacă notăm termenii care apar într-un silogism prin x_i, $1 \leq i \leq t$, atunci raționamentul $(Y^1x_1x_2$ & $Y^2x_3x_2$ & … & $Y^{t-1}x_{t-1}x_t$, $Y^{t+1}x_1x_t)$[2], unde simbolurile Y^j sunt interpretate prin *A*, *E*, *I* sau *O*, este un silogism.[3] Termenul x_1 este minor iar x_t este major pe când ceilalți termeni sunt medii. Un silogism cu *t* termeni conține *t-1* premise și *t-2* termeni medii. Cel mai simplu silogism are trei termeni, având două premise și un termen mediu: (Y^1sm & Y^2mp, Y^3sp), acesta este silogismul clasic, aristotelic. Silogismele care conțin mai mult decât trei termeni se mai numesc *soriți*. Vom numi t-silogism un silogism care conține *t* termeni. Spunem că silogismele cu același număr de termeni alcătuiesc o *categorie*.[4]

După rolul pe care îl au termenii în premise, deosebim *figurile* silogismului. De pildă, următoarele 3-silogisme aparțin unor figuri diferite: (Y^1sm & Y^2mp, Y^3sp), (Y^1ms & Y^2mp, Y^3sp), (Y^1sm & Y^2pm, Y^3sp), (Y^1ms & Y^2pm, Y^3sp). Silogismele dintr-o categorie cu *t* termeni sunt distribuite în 2^{t-1} figuri. De pildă, 3-silogismele acceptă patru figuri, 4-silogismele aparțin la 8 figuri iar 10-silogismele sunt clasificate în 512 figuri.

Modurile sunt clase de silogisme care diferă între ele prin calitatea sau cantitatea premiselor cât și prin calitatea termenilor din componența lor. De exemplu, prin 1-$A_{11}A_{11}A_{11}$ reprezentăm un mod din figura I a silogismelor cu trei termeni unde toate propozițiile sunt universal-afirmative și toți termenii sunt pozitivi. În schimb, modul 2-$A_{10}E_{11}O_{01}$ aparține figurii a doua, minorul este negativ, majorul este pozitiv iar mediul este pozitiv: (Ams* & Emp, Os*p). Într-o categorie cu *t* termeni, fiecare figură conține 2^{4t} moduri; prin urmare, silogismele dintr-o t-categorie sunt distribuite în $M = 2^{t-1}2^{4t} = 2^{5t-1}$ moduri. Pentru silogismele clasice, care au trei termeni, deosebim $2^{14} = 16384$ moduri, iar silogismele cu patru termeni sunt împărțite în $2^{19} = 524288$ moduri.

Termenii se caracterizează prin *intensiune* (sens) și *extensiune*. Extensiunea sau *clasa* unui termen este un parametru variabil care se schimbă de la un context la altul. De pildă, clasa oamenilor este mereu alta. Aici avem în vedere numai influența extensiunii asupra corectitudinii silogismelor. În ce privește extensiunea lor, doi termeni intră în diferite relații de opoziție (clasele lor sunt disjuncte) sau concordanță (clasele lor au elemente comune). De asemenea, cu ajutorul termenilor, pot fi definite diferite operații. Clasa *negativului* unui termen este complementara clasei termenului. Un termen poate fi pozitiv sau negativ după cum are drept extensiune o clasă sau complementara acesteia. De asemenea, termenii se supun compunerilor, cum este *compunerea conjunctă* și *compunerea sumativă*. Clasa compusului conjunct a doi sau mai mulți termeni este intersecția clasei compușilor iar, în cazul compunerii sumative, clasa compusului este reuniunea clasei compușilor.[5]

Operațiile cu termeni se supun *principiului conservării extensiunii*: în același context, extensiunea unui termen se conservă, indiferent de operația la care este supus termenul. Conservarea extensiunii derivă de acolo că intensiunea unui termen este indiferentă la schimbarea contextului, iar extensiunea este funcție de intensiune și de con-

---

[2] Spre deosebire de reprezentarea obișnuită a silogismelor, convenim ca minora să fie prima iar majora ultima premisă.

[3] Smyth M. B., „A Diagrammatic Treatement of Syllogistic", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 1971, XII, 4, p. 486.

[4] Pagnan Ruggero, *A Diagrammatic Calculus of n-term Syllogisms*, https://arxiv.org/pdf/1002.1868.pdf, p. 6.

[5] Sommers Fred, „The Calculus of Terms", *Mind*, 1970, 79, 313, p. 4.

text. (*Principiul lui Frege*).[6] Prin urmare, indiferent dacă un termen este negat, compus etc., extensiunea sa rămâne neschimbată atâta vreme cât ne raportăm la același context. De exemplu, extensiunea termenului „triunghi" este aceeași în oricare dintre următoarele situații „*triunghi* echilateral", „*triunghi* isoscel sau dreptunghic", „non-*triunghi* circular". Datorită faptului că, în cazul unui raționament, propozițiile componente sunt raportate la același context, urmează că, orice ocurență a unui termen în cadrul aceluiași raționament are aceeași extensiune.

Utilizând operațiile de afirmare și negare a propozițiilor cât și obversiunea, putem restrânge cele patru tipuri de propoziții categorice la unul singur, reprezentat de propozițiile universal-negative, *Esp*. Prin negație, dintr-o propoziție universal-negativă se obține o propoziție particular-afirmativă; prin obversiunea unei universal-negative se ajunge la o universal-afirmativă și prin obversiunea unei particular-afirmative rezultă o particular-negativă, cu aceeași valoare de adevăr. Reducerea propozițiilor categorice la universal-negative permite conversiunea atât a acestora cât și a negațiilor lor (particular-afirmative). Urmează că, exprimând propozițiile componente ale silogismelor numai prin universal-negative și prin negațiile lor, este suficient să identificăm modurile valide dintr-o singură figură silogistică deoarece, prin conversiunea premiselor, obținem modurile valide din toate celelalte figuri. De exemplu, dacă modul 1-$I_{11}E_{10}I_{11}$ este valid atunci este valid și modul 2-$I_{11}E_{01}I_{11}$, unde majora a fost convertită.

Potrivit celor de mai sus, modurile valide dintr-o figură pot fi reduse prin obversiune și modificarea calității termenilor la moduri care conțin numai propoziții *E* și *I*. Prin urmare, există o clasă de moduri valide într-o categorie de silogisme, pe care le numim *moduri de bază*, din care pot fi obținute toate celelalte moduri valide ale categoriei respective, utilizând operațiile de modificare a calității termenilor, obversiunea și conversiunea. Modurile de bază se deosebesc între ele prin *condițiile* pe care trebuie să le satisfacă termenii sau premisele acestora pentru a fi valide; nu se poate ca două moduri de bază să se supună acelorași condiții sau unei condiții de validitate să îi corespundă mai multe moduri de bază.

Dacă avem în vedere numai criteriul extensional, modurile de bază ale unei categorii silogistice sunt obținute relativ la principiul conservării extensiunii. Un silogism poate fi privit ca o succesiune de operații asupra termenilor. Potrivit principiului conservării extensiunii, pentru ca un mod să fie extensional valid, este necesar și suficient ca, indiferent ce operații au loc asupra termenilor unui silogism, extensiunea acestora să se conserve. De exemplu, modul 1-$E_{11}E_{11}E_{11}$ nu este valid deoarece contravine ipotezei că minorul nu este nul. Prin urmare, relația dintre termenii modului ar avea loc doar în situația în care minorul ar fi nul, ceea ce este irelevant, în acest caz, concluzia ar fi adevărată indiferent de premise.

2. MODURI VALIDE

Pentru a calcula modurile valide extensional, ne oprim la figura I a t-silogismului, unde minorul este subiect în minoră și majorul este predicat în majoră. De aseme-

[6] Frege Gottlob, „Sens și semnificație", *Logică și filozofie*, Ed. Politică, București, 1966, p. 56.

nea, predicatul unei premise oarecare, cu excepția majorei, este subiect în premisa următoare. De regulă, în reprezentările obișnuite ale silogismelor, prima premisă este majora. Deoarece premisele sunt legate prin conjuncție, ordinea lor este arbitrară. Având în vedere considerente legate de caracterul intuitiv al raționamentelor întreprinse, convenim să reprezentăm silogismele începând cu premisa minoră și încheind cu premisa majoră. Prin urmare, figura I a unui t-silogism are următoarea structură:[7] ($Y^1x_1x_2$ & $Y^2x_2x_3$ & … & $Y^{t-1}x_{t-1}x_t$, $Y^tx_1x_t$), unde x_1 este minorul, x_t este majorul iar ceilalți termeni sunt medii. Simbolurile Y^i sunt interpretate prin *E* sau *I*, ajungând la propoziții universal-negative sau particular-afirmative. Aceste simboluri pot fi interpretate și prin *coeficienți existențiali* care iau valoarea *i* atunci când termenul la care se aplică nu este nul și valoarea *e* dacă termenul este nul. De pildă, potrivit definițiilor propozițiilor categorice, dacă *Exy*, înseamnă că termenul „xy" este nul, iar dacă *Ixy* atunci termenul respectiv nu este nul și reciproc. Prin urmare, Y = E dacă și numai dacă Y = e și Y = I numai în cazul în care Y = i ca și coeficient existențial.

Coeficienții existențiali se supun operațiilor de negare, sumă și produs, conform tabelului următor:

Tabelul 2. Coeficienți existențiali

Y^0	Y^1	Y^{0*}	$Y^0 + Y^1$	Y^0Y^1
i	i	e	i	i
i	e	e	i	e
e	i	i	i	e
e	e	i	e	e

Un termen *x* împarte *universul* (*U*) în două clase, respectiv, extensiunea termenului *x* și extensiunea negativului acestui termen. În general, un sistem alcătuit din *n* termeni divide universul în 2^n clase. Ținând seama că un t-silogism conține *t* termeni, obținem următoarea relație în ce privește extensiunea acestora și a negativilor corespunzători:

$\cap(x_i \cup x^*_i) = U$, de unde obținem, prin legea distributivității intersecției și reuniunii: (1)
$\cup Y^j(c_i)(\cap(c_ix_i)) = U$.

Aici, c_i sunt coeficienți *calitativi* care se aplică termenilor, indicând dacă un termen este pozitiv (c = 1) sau negativ (c = 0). La rândul lor, $Y^j(c_i)$ sunt coeficienți existențiali. De pildă, în cazul silogismelor cu trei termeni, relația (1) se concretizează astfel:

$Y(111)x_1x_2x_3 \cup Y(110)x_1x_2x_3^* \cup Y(101)x_1x_2^*x_3 \cup Y(100)x_1x_2^*x_3^* \cup Y(011)x_1^*x_2x_3$ (2)
$\cup Y(010)x_1^*x_2x_3^* \cup Y(001)x_1^*x_2^*x_3 \cup Y(000)x_1^*x_2^*x_3^* = U$

Dacă admitem *ipoteza universului nevid*, adică universul conține cel puțin un element, atunci suma Y-coeficienților trebuie să fie *i*:

[7] Głazowska K., „The Structure of Valid *n*-term Syllogisms", *Studia Logica*, 1958, 8, 1, p. 257.

$\Sigma Y(c_i) = i$, sau, pentru cazul $t = 3$: (3)
$Y(111) + Y(110) + Y(101) + Y(100) + Y(011) + Y(010) + Y(001) + Y(000) = i$

Dacă aplicăm principiul conservării extensiunii, ajungem la următoarele sisteme de ecuații:

a) ecuații corespunzătoare termenilor silogismului: (4)
$\Sigma Y(c_1 \ldots a_k \ldots c_t) = Y(a_k)$, unde *a* este o constantă care ia una din valorile *1* sau *0*.

b) ecuații corespunzătoare premiselor silogismului:
$\Sigma Y(\ldots a_k b_{k+1} \ldots) = Y(a_k b_{k+1})$, unde *a* și *b* iau valorile *1* sau *0*.

Dacă luăm ca exemplu silogismul cu trei termeni, ecuațiile corespunzătoare sunt:

a) ecuații corespunzătoare termenilor: (5)
$Y(111) + Y(110) + Y(101) + Y(100) = Y(1_1)$
$Y(111) + Y(110) + Y(011) + Y(010) = Y(1_2)$
$Y(111) + Y(101) + Y(011) + Y(001) = Y(1_3)$ etc.

b) ecuații corespunzătoare premiselor:
$Y(111) + Y(110) = Y(1_1 1_2)$
$Y(101) + Y(100) = Y(1_1 0_2)$
$Y(011) + Y(010) = Y(0_1 1_2)$
$Y(001) + Y(000) = Y(0_1 0_2)$, etc.

Pentru a pune în evidență premisele silogismului, ecuațiile de mai sus pot fi scrise grupând termenii produselor în perechi când ecuațiile (4) devin:

$\Sigma(Y^1(c_1c_2) \ldots Y^k(a_k c_{k+1}) \ldots Y^{t-1}(c_{t-1}c_t)) = Y(a_k)$ (6)
$\Sigma(Y^1(c_1c_2) \ldots Y^k(a_k b_{k+1}) \ldots Y^{t-1}(c_{t-1}c_t)) = Y(a_k b_{k+1})$, unde *a* și *b* sunt valori constante ale coeficienților calitativi.

Să stabilim modurile valide care au concluzie universală, E_{11}, când termenul $x_1 x_t$ este nul. Prin urmare, trebuie să aibă loc relația:

$\Sigma(Y^1(1_1c_2) \ldots Y^k(c_k c_{k+1}) \ldots Y^{t-1}(c_{t-1}1_t)) = e.$ (7)

Pentru ca relația (7) să fie satisfăcută, fiecare termen al sumei trebuie să aibă valoarea *e*:

$Y^1(11) \ldots Y^k(11) \ldots Y^{t-1}(11) = e$ și (8)
$Y^1(11) \ldots Y^k(10) \ldots Y^{t-1}(01) = e$ și
$Y^1(10) \ldots Y^k(01) \ldots Y^{t-1}(11) = e$ și
$Y^1(10) \ldots Y^k(00) \ldots Y^{t-1}(01) = e.$

La rândul lor, termenii sumei sunt produse de coeficienți existențiali, prin urmare, obținem o concluzie universală dacă, din fiecare termen al sumei, un element are valoarea *e*. În acest fel, ajungem la soluția: $Y^1(10) = e \&\ldots\& Y^k(10) = e \&\ldots\& Y^{t-1}(11) = e$. Prin urmare, modul de bază al unui t-silogism care are concluzie universală este $1\text{-}E^1{}_{10}\ldots E^k{}_{10}\ldots E^{t-1}{}_{11}E_{11}$. Constatăm că, toate premisele, cu excepția majorei, au forma E_{10}, respectiv, „Nici un x_k nu este non-x_{k+1}" iar majora este E_{11}.

Obținem o concluzie particulară, I_{11}, în cazul în care:

$$\Sigma(Y^1(1_1c_2)\ldots Y^k(c_kc_{k+1})\ldots Y^{t-1}(c_{t-1}1_t)) = i. \tag{9}$$

Negația concluziei unui raționament reprezintă condiția suficientă față de negația premisei acelui raționament. Prin urmare, concluzia are loc cu necesitate în cazul în care negația premisei nu are loc. Premisele modurilor valide ale t-silogismelor care au o concluzie I_{11} sunt obținute presupunând că dacă are loc negația relației (9) atunci cel puțin una dintre relațiile (6) rezultate prin aplicarea principiului conservării extensiunii este falsă. Ținând seama de aceste considerații, ajungem la următoarele sisteme de ecuații:

1. $Y(a_k) = i \& \Sigma(Y^1(b_1a_2)\ldots Y^k(a_kc_{k+1})\ldots Y^{t-1}(c_{t-1}d_t)) = e$, (10)
2. $Y(a_kg_{k+1}) = i \& \Sigma(Y^1(b_1a_2)\ldots Y^k(a_kg_{k+1})\ldots Y^{t-1}(g_{t-1}d_t)) = e$, aici, *b* și *d* nu pot lua împreună valoarea *1*.

Să rezolvăm sistemul (10.1). Dând valori constantelor *b* și *d* obținem, pentru $a = 1$:

$$\begin{aligned}&\Sigma(Y^1(11)\ldots Y^k(1c_{k+1})\ldots Y^{t-1}(c_{t-1}0)) = e\\&\Sigma(Y^1(01)\ldots Y^k(1c_{k+1})\ldots Y^{t-1}(c_{t-1}1)) = e\\&\Sigma(Y^1(01)\ldots Y^k(1c_{k+1})\ldots Y^{t-1}(c_{t-1}0)) = e.\end{aligned} \tag{11}$$

De aici, rezultă:

$$\begin{aligned}&(Y^1(11) = e \text{ sau } \ldots \text{ sau } Y^k(1c_{k+1}) = e \text{ sau } \ldots \text{ sau } Y^{t-1}(c_{t-1}0)) = e) \text{ și}\ldots\\&(Y^1(01) = e \text{ sau } \ldots \text{ sau } Y^k(1c_{k+1}) = e \text{ sau } \ldots \text{ sau } Y^{t-1}(c_{t-1}1)) = e) \text{ și}\ldots\\&(Y^1(01) = e \text{ sau } \ldots \text{ sau } Y^k(1c_{k+1}) = e \text{ sau } \ldots \text{ sau } Y^{t-1}(c_{t-1}0)) = e).\end{aligned} \tag{12}$$

Soluția este $Y^1(01) = e$, care corespunde ultimelor linii indiferent de valoarea lui *c* și $Y^k(1c_{k+1}) = e$ pentru liniile de la mijloc și $Y^{t-1}(c_{t-1}0) = e$ pentru liniile superioare. Dacă ne oprim la valoarea $c_{k+1} = 0$ sunt satisfăcute toate liniile în afara celor pentru care $c_{t-1} = 1$ așa încât, în final, ajungem la următorul mod de bază drept soluție pentru ecuațiile (11):

$$Y(1_k) = i \;\&\; 1\text{-}E^1{}_{01}\ldots E^k{}_{10}\ldots E^{t-1}{}_{10}I_{11} \tag{13}$$

Constatăm că, primele *k-1* premise au forma E_{01} iar următoarele premise au forma E_{10}. Prin urmare, în situația k = 1 toate premisele au forma E_{10} iar, când k = t, toate premisele sunt de tipul E_{01}.

Pentru a pune în evidență ultimele moduri de bază ale t-silogismelor, rămâne să rezolvăm sistemele de ecuații (10.2). Presupunem a = g = 1:

$\Sigma(Y^1(11)\dots Y^k(11)\dots Y^{t-1}(10)) = e$ (14)
$\Sigma(Y^1(01)\dots Y^k(11)\dots Y^{t-1}(11)) = e$
$\Sigma(Y^1(01)\dots Y^k(11)\dots Y^{t-1}(10)) = e$, unde $Y^k(11) = i$.

Putem da factor pe $Y^k(11)$ și ajungem la:

$(Y^1(11) = e$ sau … sau $Y^{t-1}(10)) = e)$ și (15)
$(Y^1(01) = e$ sau … sau $Y^{t-1}(11)) = e)$ și
$(Y^1(01) = e$ sau … sau $Y^{t-1}(10)) = e)$.

Prin urmare, ecuațiile (14) sunt satisfăcute dacă $Y^1(01) = e$ … & $Y^k(11) = i$ … & $Y^{t-1}(10) = e$, ajungând la soluția:

Dacă termenul x_kx_{k+1} nu este nul, atunci $1\text{-}E^1_{01}\dots I^k_{11}\dots E^{t-1}_{10}I_{11}$ este un mod valid. (16)

Una dintre premise este particular-afirmativă, iar celelalte sunt universal negative. Premisele care preced particular-afirmativa au forma E_{01}, iar cele care urmează premisei particular-afirmative au forma E_{10}.

Am obținut următoarea listă a modurilor de bază pentru o categorie oarecare de silogisme cu *t* termeni:[8]

Tabelul 3. Moduri de bază

Condiție	Mod de bază
x_1 și x_t nu sunt termeni nuli	$1\text{-}E^1_{10}\dots E^k_{10}\dots E^{t-1}_{11}E_{11}$
x_1 nu este nul	$1\text{-}E^1_{10}\dots E^k_{10}\dots E^{t-1}_{10}I_{11}$
x_k nu este nul	$1\text{-}E^1_{01}\dots E^k_{10}\dots E^{t-1}_{10}I_{11}$
x_t nu este nul	$1\text{-}E^1_{01}\dots E^k_{01}\dots E^{t-1}_{01}I_{11}$
x_1x_2 nu este nul	$1\text{-}I^1_{11}\dots E^k_{10}\dots E^{t-1}_{10}I_{11}$
x_kx_{k+1} nu este nul	$1\text{-}E^1_{01}\dots I^k_{11}\dots E^{t-1}_{10}I_{11}$
$x_{t-1}x_t$ nu este nul	$1\text{-}E^1_{01}\dots E^k_{01}\dots I^{t-1}_{11}I_{11}$

Silogismele cu *t* termeni admit un mod de bază care are concluzie universală, iar dintre modurile de bază care au concluzia particulară, *t* au toate premisele universale și *t-1* au câte o concluzie particulară. Urmează că, pentru fiecare categorie de t-silogisme există câte B = 2t moduri de bază. De exemplu, silogismele cu 3 termeni admit șase moduri de bază, cele cu 4 termeni admit 8 moduri de bază, iar silogismelor cu 10 termeni le corespund 20 de moduri de bază. Iată care sunt modurile de bază pentru silogismele cu trei și cu patru termeni:

Tabelul 4. Exemple de moduri de bază

Condiție	Mod de bază	
	cu 3 termeni	cu 4 termeni
x_1 și x_3/x_4 nu sunt nuli	$1\text{-}E_{10}E_{11}E_{11}$	$1\text{-}E_{10}E_{10}E_{11}E_{11}$
x_1 nu este nul	$1\text{-}E_{10}E_{10}I_{11}$	$1\text{-}E_{10}E_{10}E_{10}I_{11}$
x_2 nu este nul	$1\text{-}E_{01}E_{10}I_{11}$	$1\text{-}E_{01}E_{10}E_{10}I_{11}$
x_3 nu este nul	$1\text{-}E_{01}E_{01}I_{11}$	$1\text{-}E_{01}E_{01}E_{10}I_{11}$

[8] Pagnan Ruggero, *op. cit.* p. 8.

x_4 nu este nul		1-$E_{01}E_{01}E_{01}I_{11}$
x_1x_2 nu este nul	1-$I_{11}E_{10}I_{11}$	1-$I_{11}E_{10}E_{10}I_{11}$
x_2x_3 nu este nul	1-$E_{01}I_{11}I_{11}$	1-$E_{01}I_{11}E_{10}I_{11}$
x_3x_4 nu este nul		1-$E_{01}E_{01}I_{11}I_{11}$

Din modurile de bază, utilizând *operațiile echivalide*[9] asupra propozițiilor silogismelor categorice: conversiunea, schimbarea calității termenilor și obversiunea, obținem toate modurile valide dintr-o categorie silogistică. De pildă, dacă asupra premiselor din modurile de bază ale figurii I aplicăm conversiunea, obținem modurile de bază ale celorlalte figuri. Apoi, asupra modurilor de bază aplicăm schimbarea calității termenilor și obversiunea propozițiilor care alcătuiesc modurile și obținem celelalte moduri valide ale categoriei respective.

De exemplu, convertind majora modului 1-$E_{10}E_{10}I_{11}$ obținem modul valid 2-$E_{10}E_{01}I_{11}$. Din acesta, dacă schimbăm calitatea termenului mediu, ajungem la 2-$E_{11}E_{00}I_{11}$ și, prin obversiunea majorei, se obține modul valid 2-$E_{11}A_{01}I_{11}$ (sub condiția ca minorul să nu fie nul). Dacă modificăm calitatea minorului atunci modul valid este 2-$E_{00}E_{01}I_{01}$ dar, de această dată, condiția de validitate este ca negația minorului să nu fie un termen nul.

Modurile de bază pot fi utilizate și ca metodă de decizie asupra validității unui mod silogistic oarecare: orice mod valid este reductibil, prin aplicarea operațiilor echivalide, la un mod de bază. Procedăm în felul următor:

1) Prin obversiune se schimbă calitatea propozițiilor componente ale modului dat, până când acestea sunt universal-negative sau particular-afirmative.

2) Prin conversiunea premiselor, modul dat este adus la forma primei figuri.

3) Se schimbă calitatea termenilor până ce se obține un mod de bază.

4) Dacă se ajunge la un mod de bază, modul dat este valid iar dacă nu se obține un mod de bază atunci modul dat nu este valid.

De exemplu, să arătăm că 4-$A_{11}A_{11}I_{11}$ este valid:

1) Schimbăm calitatea premiselor prin obversiune: 4-$E_{10}E_{10}I_{11}$.

2) Aducem modul la figura I prin conversiunea premiselor: 1-$E_{01}E_{01}I_{11}$.

3) Am obținut un mod de bază care este valid dacă majorul nu este nul.

4) Modul dat este valid sub condiția ca termenul major să nu fie nul.

După cum am văzut, modurile valide sunt obținute din modurile de bază utilizând operațiile echivalide: conversiunea premiselor, schimbarea calității termenilor și obversiunea propozițiilor din care este alcătuit modul silogistic. Ținând seama că, pentru o categorie de silogisme cu *t* termeni există *2t* moduri de bază, putem calcula numărul modurilor valide:

1) Deoarece un t-silogism are *t-1* premise, prin conversiunea acestora, din fiecare mod de bază obținem 2^{t-1} moduri valide.

2) Ținând seama că un t-silogism are *t* termeni, utilizând metoda schimbării calității termenilor, fiecare mod obținut la (2) generează 2^t moduri valide.

3) La fel, deoarece un t-silogism conține *t* propoziții, obversiunea multiplică numărul modurilor valide cu încă 2^t.

[9] Operații care conservă validitatea modului silogistic.

Prin urmare, numărul modurilor valide din cadrul unei categorii de silogisme cu *t* termeni este:

$$V = 2t \times 2^{t-1} \times 2^t \times 2^t \qquad (17)$$
$$V = t2^{1 + (t-1) + t + t}$$
$$V = t2^{3t}.$$

De exemplu, numărul modurilor valide cu trei termeni este $3\times2^9 = 1536$, iar numărul modurilor valide cu 4 termeni se ridică la $4\times2^{12} = 16384$.

Raportul dintre numărul modurilor valide și numărul total al modurilor dintr-o categorie de silogisme este:

$$R = V/M \qquad (18)$$
$$R = t2^{3t}/2^{5t-1} = t2^{3t-5t+1} = t2^{1-2t}$$
$$R = 2t/2^{2t}.$$

De pildă, pentru $t = 3$, $R = 6/2^6 = 0{,}09375$, iar pentru $t = 4$ obținem raportul $R = 8/2^8 = 0{,}03125$. În vreme ce, pentru silogismele cu trei termeni, 93,75 de moduri din 1000 sunt valide, în cazul silogismelor cu patru termeni numai 31,25 de moduri din 1000 sunt valide.

3. MODURI POZITIVE

Silogistica tradițională reține doar modurile silogistice care au toți termenii pozitivi, pe care le vom numi *moduri pozitive*. Ținând seama că o t-categorie de silogisme conține 2^{t-1} figuri și fiecare mod are *t* propoziții, deoarece propozițiile pot fi de patru feluri, într-o asemenea categorie există $H = 4^t \times 2^{t-1} = 2^{2t + t - 1} = 2^{3t - 1}$ moduri care conțin numai termeni pozitivi. De exemplu, pentru $t = 3$, obținem 256 moduri pozitive.[10]

Ne propunem să stabilim numărul modurilor pozitive valide dintr-o categorie de silogisme. Calitatea termenilor poate fi modificată fie substituind, peste tot în interiorul unui mod silogistic, un termen cu negativul său, fie prin obversiune. În acest ultim caz, obținem termeni pozitivi numai dacă subiectul propoziției obvertite este pozitiv. Cu alte cuvinte, numai modurile care, prin schimbări ale calității termenilor, conțin numai propoziții cu subiect pozitiv, pot fi reduse la moduri pozitive.

De exemplu, din modul 1-$E_{10}E_{10}E_{10}$ obținem modul pozitiv 1-AAA obvertind toate propozițiile sale. În schimb, modul 1-$O_{11}E_{00}I_{11}$ poate fi redus la un mod pozitiv schimbând calitatea mediului, 1-$O_{10}E_{10}I_{11}$, și obvertind premisele: 1-IAI. Prin urmare, în calculul numărului modurilor pozitive valide, trebuie să ținem seama de următoarele:

1) Propozițiile *E* sau *I* dintr-un mod silogistic cu ambii termeni negativi nu pot fi reduse la propoziții cu termeni pozitivi.

2) Propozițiile *E* sau *I* care au un singur termen negativ pot fi reduse la un singur tip de propoziții cu ambii termeni pozitivi, respectiv, propozițiile Y_{10} prin obversiune iar propozițiile Y_{01} prin conversiune și obversiune.

[10] *Idem*, p. 2.

3) Propozițiile *E* sau *I* cu ambii termeni pozitivi dau naștere la două propoziții cu termeni pozitivi prin conversiune.

Modul de bază care are concluzia universală este alcătuit din *t-2* premise cu subiect pozitiv și predicat negativ și o premisă (majora) cu ambii termeni pozitivi. Concluzia are deja ambii termeni pozitivi, prin urmare, asupra acesteia nu se intervine. Dacă o premisă are ambii termeni pozitivi, se obțin trei propoziții cu termeni pozitivi: două constau în premisă și conversa ei iar a treia este obținută prin schimbarea calității predicatului și prin obversiune. De pildă, din premisa $Ex_{t-1}x_t$ mai obținem propozițiile cu termeni pozitivi Ex_tx_{t-1} și $Ax_{t-1}(x^*_t)^*$.

La fel, dintr-o premisă cu subiect pozitiv și predicat negativ, $Yx_1x^*_2$, obținem trei premise cu termeni pozitivi, respectiv, o premisă obținută prin obversiune, $Y^*x_1x_2$, și două premise rezultate din schimbarea calității predicatului, Yx_1x_2, și conversiune, Yx_2x_1. Cu alte cuvinte, ultima premisă, E_{11}, generează 3 premise cu termeni pozitivi, în vreme ce, pentru fiecare dintre celelalte premise, E_{10}, se mai adaugă câte două asemenea premise, obținându-se un număr de $Q_1 = 3 + 2(t-2) = 2t-1$ moduri pozitive care au concluzie universală. De exemplu, există 5 moduri pozitive cu trei termeni care au concluzie universală și 7 asemenea moduri cu 4 termeni.

Modurile de bază care au concluzia particulară și premisele sunt universale au forma $1\text{-}E^1_{01}\ldots E^k_{10}\ldots E^{t-1}_{10}I_{11}$. Constatăm că primele *k-1* premise au subiect negativ și predicat pozitiv, iar celelalte au subiectul pozitiv și predicatul negativ. Datorită faptului că premisele cu subiect negativ și predicat pozitiv generează câte o singură premisă cu termeni pozitivi, acestea pot fi ignorate. După cum am arătat, fiecare premisă de forma E_{10} dă naștere la trei premise cu termeni pozitivi, una prin obversiune iar celelalte două prin schimbarea calității predicatului și conversiune. Am văzut că, un mod care are premise universale și concluzie particulară conține $(t-1) - (k-1) = (t-k)$ premise de forma E_{10}. Prin urmare, fiecare mod de bază de acest tip generează $1 + 2(t-k) = 2t - (2k-1)$, (unde *k* variază între 1 și *t*), moduri pozitive valide. Putem scrie $k = t - (n-1)$, unde *n* variază între *1* și *t*: $2t - 2t + 2n - 2 + 1 = 2n - 1$, ajungând la șirul numerelor impare. Ținând seama că există *t* moduri de bază de acest fel, numărul total al modurilor pozitive valide este $Q_2 = \Sigma_{(n:1,t)}(2n - 1)$. Suma primelor *t* numere impare este $Q_2 = (t/2)(1 + (2t-1)) = t^2$.

Pentru a determina numărul modurilor pozitive care au concluzia particulară și o premisă particulară, pornim de la structura acestora, $1\text{-}E^1_{01}\ldots I^k_{11}\ldots E^{t-1}_{10}I_{11}$. Un asemenea mod conține *k-1* premise de forma E_{01}, o premisă I_{11} și *t-k-1*, unde *k* crește de la *1* la *t-1*, premise de forma E_{10}. Premisele E_{01}, după cum am văzut, nu sunt de interes pentru stabilirea numărului modurilor pozitive. Pentru k = t-1, care este valoarea sa maximă, rămâne de interes numai premisa I_{11}, care generează trei moduri pozitive valide. După cum *k* scade, se adaugă câte o premisă E_{10}, respectiv: $\ldots I^k_{11}E^{k+1}_{10}\ldots E^{t-1}_{10}$. Cu fiecare premisă E_{10} se adaugă câte patru moduri pozitive. Prin urmare, după valorile parametrului *k*, obținem câte 3, 7, 11, …, $3 + 4(t-k-1)$ moduri pozitive valide. Dacă introducem parametrul $n = t - k - 1$, atunci obținem $3 + 4n$, unde *n* variază între *0* și *t-2*, adică, o progresie aritmetică cu rația *4* și primul termen *3*. Ținând seama că există *t-1* moduri de bază care au concluzia și una dintre premise particulare, putem calcula numărul total al modurilor pozitive valide de acest tip ca fiind suma $Q_3 = \Sigma_{(n:0,t-2)}(3 + 4n)$. Fiind suma primilor *t-1* termeni ai unei progresii aritmetice, obținem:

$$Q_3 = (3 + 3 + 4(t-2))(t-1)/2 \quad (19)$$
$$Q_3 = (4t-2)(t-1)/2$$
$$Q_3 = (2t-1)(t-1).$$

De exemplu, există 10 asemenea moduri cu trei termeni, 21 cu patru termeni și 171 cu 10 termeni etc. Modurile pozitive valide cu *t* termeni, *Q*, reprezintă reuniunea celor trei clase de moduri pozitive de mai sus:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \quad (20)$$
$$Q = (2t-1) + t^2 + (2t-1)(t-1)$$
$$Q = (2t-1)t + t^2$$
$$Q = 3t^2 - t$$
$$Q = t(3t-1)$$

Bunăoară, există 24 de moduri pozitive valide cu trei termeni, 44 de moduri cu patru termeni și 290 de moduri cu 10 termeni.

Sintetizând, am obținut următoarele rezultate privind silogismele cu *t* termeni:

1) Număr de premise: $p = t-1$.
2) Număr de figuri: $F = 2^{t-1}$.
3) Număr de moduri: $M = 2^{5t-1}$.
4) Numărul modurilor de bază valide: $B = 2t$.
5) Număr de moduri valide: $V = t2^{3t}$.
6) Raportul între numărul modurilor valide și totalul modurilor: $R = 2t/2^{2t}$.
7) Numărul modurilor pozitive: $H = 2^{3t-1}$.
8) Numărul modurilor pozitive valide: $Q = t(3t-1)$.[11]

Să calculăm aceste valori pentru câteva categorii de silogisme:

Tabelul 5. Situația numerică a figurilor și modurilor silogistice

Termeni	3	4	…	10
Premise	2	3	…	9
Figuri	4	8	…	512
Moduri	16 384	524 288	…	562 949 953 421 312
Moduri de bază valide	6	8	…	20
Moduri valide	1 536	16 384	…	10 737 418 240
Moduri pozitive	256	2048	…	536 870 912
Moduri pozitive valide	24	44	…	290

După câte observăm, numărul modurilor valide crește exponențial odată cu numărul de termeni, ajungând repede la valori foarte mari, în vreme ce numărul modurilor pozitive valide urmează o parabolă, cu o creștere mult mai lentă.[12]

[11] Meredith C.A., „The Figures and Moods of the n-term Aristotelian Syllogism”, *Dominican Studies*, 6, 1953, pp. 42-47; Pagnan Ruggero, *op. cit.*, p. 6; Smyth M. B., *op. cit.* p. 488.
[12] Pagnan Ruggero, *op. cit.*, p. 2.