GENERALITATE ȘI INDUCȚIE ÎN FILOSOFIA WITTGENSTEINIANĂ A MATEMATICII

IULIAN GRIGORIU

1. INTRODUCERE

Una dintre preocupările perene ale lui Wittgenstein, strâns legată de cea formală (a existenţei unei forme generale a stărilor de lucruri), este cea a organizării totalităților. Este vorba de „totalități” de ordin logico-matematic și gramatical-lingvistic: în domeniul matematic, mulțime, număr, funcție, propoziție, sistem, demonstrație, concept etc.

O totalitate este un întreg ontic de tip realist-intensional care poate fi reprezentaționată logic, formal, gramatical, matematic, în anumite cadre cum sunt SL (Spațiu Logic) și SG (Spațiu Gramatical). SL este guvernat de forme și relații logice din care se detașează forma generală a propoziției (semnul propozițional generalizat) în care rolul central îl joacă operatorul Sheffer, iar Spațiul Matematic-Gramatical e organizat mai ales inductiv și recursiv în cadrul *jocurilor de limbaj* şi al *formelor de viață*

Wittgenstein este preocupat de metoda inducției într-un mod care se dezvoltă de la *Tractatus Logico-Phiosophicus*[1] (TLP) la scrierile ulterioare, în legătură cu logica, matematica, dar și cu limbajul uzual. Semnificațiile curente ale metodei sunt analizate, criticate și dezvoltate, Wittgenstein rămânând sceptic cu privire la posibilitatea cunoașterii de tip logic și matematic de a se extinde dincolo de propriile domenii și convenții, în termeni de *infinit* și *generalitate*.

Situația inducției e strâns legată de concepţia asupra generalităţii formelor logice şi matematice, asupra cărora filosoful îşi completează și nuanțează părerile în timp, asemenea preocupări ținând de o continuitate a viziunii filosofice. Se detaşează două perspective despre metoda inducţiei:

I) inducţia ca metodă logică de certificare a adevărului unor propoziții ale logicii și matematicii;

II) inducţia ca practică în cadrul diverselor forme de limbaj și de certificare a valabilităţii funcționării diverselor stări de lucruri.

În ambele cazuri se pleacă de la una sau mai multe propoziţii considerate adevărate, deci cu valoare logică, din care se poate infera asupra unui număr mai

[1] Consult ediţiile: în limba română, *Tractatus logico-philosophicus*, traducere, cuvânt introductiv și note de Alexandru Surdu, Ed. Humanitas 1991; în engleză, *Tractatus Logico-Philosophicus*, trad. D.F. Pears și B.F. Mc., London Routledge, 1961.

mare sau oarecare de propoziţii sau situaţii că ar fi adevărate. Inducţia matematică este o practică specială dintr-un spectru mai larg de posibilităţi ale limbajului şi comportă un formalism specific.

Inducţia poate fi privită ca un principiu de inferenţă strâns legat de statutul propoziţiilor la care se aplică; limbajul natural e gurvernat de reguli, cel logic de forme generale, la fel ca şi cel matematic. De aceea cu acest prilej voi discuta şi despre statutul propoziţiilor logicii, matematicii şi ale limbajului în genere, urmărind unele schimbări de perspectivă proprii filosofiei wittgensteiniene generale (FWG) cu consecințe asupra filosofiei wittgensteiniene a matematicii (FWM).

2. PROBLEMA INDUCŢIEI – GENERALITĂŢI

Wittgenstein la nivelul TLP are încă încredere în generalitatea de tip logic, dar nu şi în generalitatea inducţiei; într-un mod încifrat, filosoful spune aceasta la TLP 6.31:

„Aşa-numita lege a inducţiei nu poate fi în niciun caz o lege logică, fiindcă ea este în mod evident, o propoziţie cu sens. – Şi de aceea ea nu poate fi nici o lege *a priori*."

Afirmaţiile: „Propoziţia cu sens exprimă ceva" (TLP 6.1264), la un loc cu (6.31) arată că inducţia nu e o lege generală (logică) fiindcă nu se poate ridica la maxima generalitate, de vreme ce exprimă *ceva*. Acesta e un simptom al faptului că o lege *nu* e logică prin generalitatea ei, fiindcă o propoziţie poate fi generală la modul accidental (aşa cum e „Toţi oamenii sunt muritori" – TLP 6.1232); e clar însă că tot ce e în afara logicii e accidental (TLP 6.3), afirmaţie valabilă la nivelul TLP, fiindcă matematicul va căpăta el însuşi autonomie şi un tip specific de posibilitate (în meditațiile ulterioare TLP). Într-o situaţie de generalitate accidentală se află şi *Teoria tipurilor*, precum și *Axioma Reductibilității*, cf. TLP 6.123, TLP 6.1232.

Aceasta înseamnă că asemenea procedee, ca și cel al inducției, sunt amendate la nivel de principiu. Ele ar trebui să aibă expresii formale generale (fără semnificație), dar nu funcționează „în general", ci (în mod expres inducția) aplicate unor propoziții cu semnificație, și a căror generalitate urmează să se obțină din cele particulare, astfel încât să putem spune: „pentru orice număr natural, lucrurile stau așa și așa".

Nu se poate spune ce anume trebuie să fie sau să facă o lege pentru a fi catalogată ca generală, discuţie care apare pe tot parcursul FWM. Problematizată, generalitatea ar fi astfel încât să presupună o descriere unitară a domeniului său (logic, respectiv matematic sau fizic etc) cum ar fi legile mecanicii ale lui Newton, principiul logic al raţiunii suficiente, principiul fizic al minimei acţiuni, legile de conservare din fizică (cf. TLP 6.321, 6.3211, 6.33, 6.34, 6.341), ba chiar şi în geometrie[2] (cf. TLP 6.3432, 6.35); legea cauzalităţii de sorginte kantiană şi mai ales schopenhauriană este una generală, modificată de Wittgenstein sub forma: „Există legi ale naturii", lucru care nu se poate spune, ci care *se arată* (cf. TLP 6.36). Acest mod de *a nu se spune*, ci de *a se arăta*, sau *reprezentaţiona* e tipic legilor generale,

[2] A cărei generalitate va fi speculată mai târziu în FWM.

pentru că este singurul lor mod de a se exprima (Wittgenstein are încredere în această capacitate a obiectelor matematicii de a fi reprezentaţionate; în scrierile ulterioare TLP, reprezentaţionismul are aspect critic, iar în ceea ce priveşte limbajul, acesta e reprezentaţionat prin jocurile de limbaj). Cu cât generalitatea scade, ca să zicem aşa, suportul formal, simbolistica, se particularizează, semn că expresia nu mai ţine de vreo generalitate, ci de ceea ce semnifică; pe de altă parte, inclusiv particularul e reprezentaţionabil: un segment se împarte în două sau un număr comportă o „poveste", o legendă, cum ar fi când zicem „povestea cifrei 0" etc.

În TLP dacă inducţia ar fi fost cu adevărat o lege logică, ar fi trebuit să presupună doar posibilitatea *a priori* a formei logice, nu şi o formă concretă pe care o posedă – despre care nu se discută, fiindcă inducția interzice aceasta, ci doar se arată. În fond, inducția are statutul oricărei propoziții care *se* arată, nu discută despre sine.

Implicit inducţia e folosită în procesul de definire a numărului natural (la TLP 6.02), unde „şamd" e surprins inductiv ca trecere de la ν' la ν+1'; e vorba deci de un simbolism în care se pun bazele numărului natural; prin operaţia de adunare „+1" se înţelege aplicarea operaţiunii Ω' la ea însăşi şi inductiv de ν+1 ori, obţinându-se astfel şirul numerelor naturale. Semnul egalităţii nu arată altceva decât că două expresii pot fi înlocuite una prin alta (cf. TLP 6.23), lucru care se arată, nu se mai explică (la această părere despre semnul de egalitate Wittgenstein rămâne pe tot parcursul FWM). Mai trebuie subliniat aici că formalismul obţinut în TLP pentru forma generală a numărului întreg rămâne şi va fi folosit independent de existenţa şi forma operaţiunii logice Ω, în lucrările ulterioare TLP. Wittgenstein nu mai face referire la ea, nu mai pomeneşte de forma generală a operaţiunii, ci doar de forma generală a numărului. Nu se exclude că ar exista o formă generală a propoziţiei, Wittgenstein discută explicit despre posiblitatea existenţei ei, cum se va arăta imediat, dar nu se mai evidenţiază vreun formalism. Ea aparţine acum limbajului, Spaţiului Gramatical (SG) dotat cu *regulile* lui şi nu Spaţiului Logic (SL).

3. TIPURI DE PROPOZIŢII ÎN SPAŢIUL GRAMATICAL

Fiindcă inducţia are de-a face cu propoziţii şi cu inferenţa de la un număr finit de propoziţii la un număr posibil infinit ce verifică o anumită proprietate, ea coexistă cu noţiunile de *generalitate* şi *infinit*. Fiind o metodă de certificare a adevărului unei propoziţii de la un anumit rang de generalitate, se aplică unui larg cadru propoziţional al limbajului, în care fiecare propoziţie (act de limbaj) trebuie să adere la o valoare de adevăr. Wittgenstein revine la statutul propoziţiei în cadrul unui sistem particular de limbaj, şi se întreabă ce este propoziţia, cum se poate distinge faţă de ceea ce ştim că nu e propoziţie (PG[3] VI 69, p. 112 etc. – „un scaun", „un ceas", „un lătrat", „o melodie" ş.a.m.d.) şi se întreabă dacă chestiunea delimitării unui concept general al propoziţiei este îndreptățită, dacă admite o soluție univocă, şi anume, dacă poate fi vorba de *un singur* concept de propoziţie.

[3] Wittgenstein, *Philosophical Grammar* (PG), ed. Rush Rhees, trad. Anthony Kenny, Blackwell, 2004.

Filosoful e încredinţat că este vorba de *un singur concept de propoziţie*, pentru care e în măsură să dea doar diverse exemple. Wittgenstein problematizează mult pe marginea extinderii diverselor tipuri de propoziţii şi situaţii de limbaj, dar conchide că gramatica conceptului de propoziţie trebuie să aibă nişte limite clare (asupra cărora putem să cădem de acord: *aceasta* e o propoziţie, *cealaltă* nu!).

Problematizarea situaţiei conceptului de propoziţie se consacră în *Cercetări Filosofice* (PI*)*[4], unde se dau exemple de diverse *limbaje*: unul în care se exprimă comenzi pentru a merge într-o anumită direcţie (cum s-ar întâlni într-o situaţie de război sau într-un trib primitiv), de a arăta cu degetul, a da ordine pe un şantier de construcţii, de a interpreta un limbaj rudimentar redus la câteva substantive, culori sau interjecţii; în diversitatea tipurilor de limbaje nu se poate delimita un concept clar de propoziţie[5]. Cu alte cuvinte, se renunţă la forma logică în măsură să surprindă şi realitatea, şi forma propoziţiei. Dar la logică nu se renunţă: acum Wittgenstein oscilează între eliberarea de „fantasme non-spaţiale şi non-temporale" (discutând despre limbaj ca un fenomen determinat spaţio-temporal[6]) şi apelul la o formă generală a propoziţiei, care nu se dezminte în a se reduce la *adevărat* sau *fals*. Doar că logicul şi matematicul nu mai sunt necesare, ci apar ca posibilităţi ale limbajului într-un Spaţiu Gramatical. Şi la fel ca şi în Spaţiul Logic, conceptele de *propoziţie*, *limbaj* fac parte dintr-un sistem limitat de o gramatică, în care nu există surprize[7].

Astfel, dacă cineva atrage atenţia că un cuvânt e folosit cu mai multe sensuri sau că o anumită imagine înşelătoare ne vine în minte atunci când folosim o anumită expresie, faptul că se enunţă sub formă de tabel regulile după care anumite cuvinte sunt utilizate nu angajează la o definiţie sau o explicaţie a cuvintelor *regulă*, *propoziţie*, *cuvânt*; din aceeaşi motivaţie din care în TLP se respingea teoria claselor, acum sensurile supraetajate, super-regulile fiind excluse. Trimiterea la TLP (6.127) se impune:

„Toate propoziţiile logicii sunt de ordin egal, între ele nu există legi fundamentale esenţiale şi propoziţii derivate".

Cu timpul, proprietăţile Spaţiului Logic din TLP se deplasează către un Spaţiu Gramatical; ceea ce era *logicul*, este acum *gramaticalul*; dar nu numai atât, în noul cadru, logicul îşi are condiţionările sale, neschimbate din TLP, doar că prerogativele limbajului s-au schimbat. Acesta deţine toate resursele şi regulile necesare fenomenului lingvistic şi matematic; chiar şi autonomia propoziţiilor logicii (cf. TLP 6.124 – „fiecare propoziţie a logicii este un *modus ponens* reprezentat în semne") e deplasată către autonomia de tip matematico-gramatical. Aici exemplele şi comparaţiile au darul să înlocuiască teoria strictă prin aplicaţii dintre cele mai concrete, din toate domeniile.

---

[4] Wittgenstein, *Philosophical Investigation*, (PI), ediţia a treia, trad. G.E.M. Anscombe Oxford, Blackwell Publishing, 2001.

[5] La un loc cu propoziţii de tipul „2x2=4", „timpul trece", „există un singur zero", conceptul de propoziţie nu poate fi strict delimitat (*PG* VI, 70, p.113).

[6] *PG* VI, 77 p. 121.

[7] La asta m-am referit când am spus că „există surprize în realitate, dar nu şi în gramatică". (*PG* VI 71, p. 114).

„Comparaţi conceptul de propoziţie cu conceptul de număr şi apoi cu conceptul de număr cardinal. Considerăm numerele cardinale, raţionale, iraţionale, complexe; dacă vom numi alte construcţii numere, din cauza asemănărilor cu acestea, sau dacă vom trage o limită definitivă, aici sau în altă parte, depinde de noi. În acest sens, conceptul de număr este ca şi conceptul de propoziţie. Pe de altă parte, conceptul de număr cardinal (0, ξ, $\xi +1$) poate fi numit un concept riguros circumscris, cum s-ar spune, sau că este un concept într-un sens diferit al cuvântului"[8] (PG VI 70, p.113, 114).

Într-un limbaj constituit deja, totul e guvernat de reguli care chiar dacă nu sunt ferme, sau uneori apar *nebuloase* [9], ele sunt tot ce am ca să exprim *ceva*. Limitele pe care aş putea să le trasez pentru a clarifica sau a evita neînţelegerile din zona de utilizare specifică limbajului vor fi mereu legate de limitele fluctuante de utilizare a limbajului natural. E în natura Spațiului Gramatical ca noutatea să se supună regulii. Ce ar fi o propoziţie nouă? Dacă ar fi să admitem că apare *o propoziţie nouă într-un limbaj* [10], ea nu se poate sprijini pe o experienţă nouă ca pe un nou criteriu; şi asta deoarece pot trasa în cadrul unei experienţe prezente nişte limite dincolo de care orice s-ar produce, să nu mai poată fi numit *propoziţie* (lipsind în acest ultim caz criteriul de necesitate). Aşadar, orice noutate trebuie legată într-un fel de ceea ce cunosc deja[11]. „Surprinzătorul în matematică"[12] este de două tipuri: primul rezidă într-o capacitate de tip instrumental, de a reprezenta într-un mod specific, apărându-ne ceva neașteptat care ține de posibilitățile instrumentului. În măsura în care matematicul este o construcție, el nu are de ce să surprindă atâta timp cât îi cunoaștem regulile de acțiune.

În al doilea caz, *surprinzătorul* în matematică apare pe parcursul procesului matematic delimitat de un început și un sfârșit, el rezidă într-o necesitate care ne scapă pe moment. Tocmai de aceea matematica presupune un drum, un parcurs, o privire generală, totalitară asupra calculului, de pildă. Dacă cineva ar riposta, spunând că „limbajul se poate extinde", interlocutorul ar trebui să fie capabil să precizeze modul în care ar avea loc o astfel de expansiune fiindcă dacă nu ştie în ce fel se extinde limbajul, nici măcar nu poate face aluzie la aşa ceva. Şi „ceea ce nu pot gândi nu pot să exprim şi nici nu pot să fac aluzie la el" (PG VI, 71, p.114 – în spiritul faimoasei propoziţii 7 din TLP).

Dar atunci, cum de s-a ajuns aici, de unde toată această multitudine? Cum e posibil să te gândeşti chiar la existenţa lucrurilor când noi vedem mereu imagini, copii ale lor, retorica platonică a lui Wittgenstein vizând accesul la un dat necesar faţă de care orice raport este imposibil.

[8] Aspectul său formal nu îl scoate în afara limbajului (simbolic matematic).

[9] (*PG* VI, 76, p. 120).

[10] PG VI, 70, p. 113.

[11] O nouă experienţă senzorială nu ar duce la o nouă propoziţie. Noul ar trebui să fie cu totul inedit, dincolo de posibil, ca un nou simţ, să zicem, pentru care nicio folosire a vechilor termeni nu ar fi sugestivă, şi chiar dacă încerc să folosesc vechi concepte pentru noi situaţii, ce conotaţie ar avea termenul de *experienţă* pentru această nouă situaţie? S-ar putea numi altfel revelaţie, profeţie etc

[12] Wittgenstein, *Remarks of the Foundations of Mathematics* (RFM), ed. G.H. von Wright, R. Rhees și G.E.M. Anscombe, trad. G.E.M. Anscombe, Basil Blackwell, Oxford, (1956) 1998*,* Part I, Anexa II.

„Atunci mă întreb cum am ajuns la acest concept. Ar fi corect să adaug în gândire următoarele: «nu este ca şi cum aş putea să trec peste propriul meu gând, nu e ca şi cum aş putea să trec peste ceea ce are sens pentru mine. Nu pot să mă strecor către uşa din spate a gândului la care îmi este interzis să mă gândesc direct. Nici un semn nu duce dincolo de ea şi nici un argument.»" (PG VI, 71, p. 114).

Scrupulele despre limbajul obişnuit nu pot fi mai justificate decât cele ale unui jucător de şah faţă de şahul căruia nu îi poate schimba regulile. Inclusiv propoziţiile din logică sau matematică folosesc cuvintele în înţelesul lor comun, uzitat. În filosofie nu se realizează o generalitate mai mare decât în viaţă, în limbajul comun sau în ştiinţă.

„Aici (în filosofie – n.n) la fel ca în matematică lăsăm totul aşa cum este" (PG VI, 77, p.121).

Ne facem o idee greşită crezând că cuvintele în filosofie se abat de la înţelesul lor comun şi au unul abstract, aparte, sublimat.

„Filozofia logicii vorbeşte despre propoziţii şi cuvinte în exact sensul în care vorbim despre ele în viaţa obişnuită atunci când spunem «Aici este o propoziţie în chineză», sau «Nu, doar arată a scris; este de fapt un ornament» şi altele asemănătoare. Vorbim despre fenomenul spaţial şi temporal al limbajului şi nu despre cine ştie ce fantasmă non-spaţială şi non-temporală. Dar vorbim despre ele ca despre piesele de şah când precizăm regulile jocului[13] şi nu despre descrierea proprităţilor fizice ale pieselor" (PG VI, 77, p. 121).

Căutând să fixeze concepte precum *cuvânt*, *propoziţie*, *limbaj*, *logică*, *generalitate*, *gramatică*, *regulă*, *inducţie*, am stabilit că filosoful se foloseşte de un „sistem particular de limbaj" (care se poate numi Spațiu Gramatical[14]). SG este ca și Spațiul Logic tractarian, un domeniu al posibilului, dar determinat de reguli ale limbajului, de cele mai multe ori certificate de posibilitatea folosirii, de funcţionarea lor. Generalitatea propoziţiei logice nu este refuzată în acest areal (doar că ea nu mai este livrată prin operaţiuni logice). Se poate găsi întotdeauna o *formă a limbajului* care să procure o exprimare cu alură generală. Wittgenstein este îndeajuns de explicit în acest sens, gramatica generalității aparent blocată în determinarea ei exactă, ori pe moment dizolvată prin depășirea granițelor și indeterminare, se salvează tocmai prin *filosofie*, nu ca idealitate, ci ca proces de *clarificare* a limbajului. O astfel de gramatică poate gestiona orice succesiune de fapte îndreptățite de o necesitate internă, deci în manieră intensionalistă, aşa cum stau lucrurile în logică și matematică.

„În logică nu se poate utiliza generalitatea ca într-un vid. Dacă aş determina gramatica generalităţii mele, atunci nu ar mai exista surprize în logică. Şi dacă nu o determin, atunci nu mai sunt în domeniul unei gramatici exacte. Cum s-ar zice, indeterminarea generalităţii nu este o logică a indeterminării. Generalitatea este o

[13] Jocul de şah poate fi definit şi modelat în cadrul unor Spaţii vectoriale aşa încât să comporte o „înfăşurătoare" mai abstractă a regulii decât cea care se predă în limbaj obişnuit; Wittgenstein nu exclude posibilitatea unei reguli mai ample, ci doar pe cea a regulilor despre reguli.

[14] A se vedea Iulian Grigoriu, *Elemente de filosofie wittgensteiniană a matematicii în spațiul ideatic al anilor 30*, „Revista de Filosofie",Tomul LXVI, Editura Academiei Române, sept–oct 2019, pp. 616–619.

libertate de mişcare, nu o indeterminare a geometriei. Dar dacă conceptul general al limbajului se dizolvă în acest mod, filosofia nu se dizolvă de asemenea? Nu, pentru că filosofia nu creează un nou limbaj, ideal, ci îl clarifică pe cel existent. Scopul ei este să elimine anumite neînţelegeri; nu să producă o reală înţelegere pentru prima oară" (PG VI, 72, p. 115).

Spațiul Gramatical îl concep ca pe un cadru în care se poate exprima orice propoziţie pe baza limbajului natural, dar şi ca argument al unei funcţii de adevăr. Wittgenstein defineşte propoziţia în acest sistem:

„Definiţia «O propoziţie este orice poate fi adevărat sau fals» fixează noţiunea de propoziţie într-un sistem particular de limbaj ca fiind un argument al unei funcţii de adevăr.

Şi dacă vorbim de ceea ce face o propoziţie să fie propoziţie, se înţelege că funcţiile de adevăr sunt acelea. «O propoziţie este orice poate fi adevărat sau fals» înseamnă acelaşi lucru ca «o propoziţie este orice poate fi negat».

«p» is true = p

«p» is false = ~p

Ceea ce spune el este adevărat = Lucrurile sunt cum spune el..." (PG VI, 79, p. 123).

Schema permite afilierea oricărui tip de propoziţie, inclusiv a celei matematice; expresia „Acesta este modul în care stau lucrurile", „cum stau lucrurile", este catalogată drept *mâner* pentru funcţiile de adevăr.

„«Lucrurile stau» este o expresie dintr-o notaţie pentru funcţiile de adevăr. O expresie care ne arată ce parte din gramatică intră în joc aici" *(*PG VI, 79, p.123).

Consider că acest tip de generalitate cu valenţe logice e o continuare directă a propoziţiei 2 din TLP („Ceea ce se petrece, faptul constituie existenţa stărilor de lucruri"). Şi propoziţia matematică se înscrie în această formă de generalitate. Ca să nu mai treacă prin excursul logicist, Wittgenstein afirmă direct:

„Dacă «Acesta este modul în care stau lucrurile» o consider a fi forma generală a propoziţiei, atunci «2+2=4» este o propoziţie. Sunt necesare reguli suplimentare dacă dorim să excludem propoziţiile aritmeticii (din cadrul limbajului (natural, n.n)." (PG VI, 80, p. 124).

Varietatea dinamică a limbajului nu exclude o gramatică privită ca regulă tutelară în care poate avea loc inclusiv discutata şi disputata *formă generală a propoziţiei*. Aşa cum numărul e un nume de tip formal, cu forma lui generală trasată încă din TLP 6.03, (0, ξ, ξ+1), la fel se admite posibilitatea unei „forme generale a propoziţiei":

„Avem dreptul să dăm *forma generală a propoziţiei*? – De ce nu? În aceeaşi manieră în care am putea da forma generală a unui număr, de exemplu semnul (0, ξ, ξ+1). Sunt liber să restricţionez numele «număr» la *aceasta*, şi în acelaşi mod în care pot să dau o formulă analogă pentru construcţia unei propoziţii sau legi, şi să folosesc cuvântul «propoziţie» sau «lege» ca echivalent al acestei formule. Dacă cineva contestă şi spune că prin asta nu se pot delimita anumite legi de altele, răspund: bineînţeles că nu puteţi trasa o limită dacă aţi decis în avans să nu o recunoaşteţi. Dar desigur, problema rămâne: cum se utilizează cuvântul «propoziţie»? În raport cu ce?" (PG VI, 80, p. 125).

4. JOC DE LIMBAJ *VS* FORMA GENERALĂ A PROPOZIȚIEI

Ca şi în *Cercetări Filosofice* (PI), utilizarea propoziţiei, a limbajului reglementează, stabileşte regula comunicării, respectarea ei certifică adevărul propoziției. Dar ce se întâmplă când e vorba de propoziții generale? Fiindcă s-a putut vedea în cazul construcției aritmeticii pe baza teoriei mulțimilor la Frege, dar și în cazul teoriei tipurilor la Russell (și chiar în cazul teoriei descripţiilor definite) că aceeași regulă construiește și tot ea conduce la paradoxuri simple și supraetajate. Relevanţa regulii pentru inducţie constă în faptul că inducţia este o regulă, o practică a limbajului (PI 201).

Wittgenstein pune în lumină paradoxul că există diverse moduri de a acţiona care pot însoţi o practică de aplicare a unei reguli (de exemplu gesturile pe care le fac nişte jucători de şah, suprapuse peste jocul ca atare etc) şi deci „orice mod de a acţiona poate fi pus de acord cu regula”: deci „dacă fiecare mod de a acţiona poate fi pus de acord cu regula, atunci poate fi pus şi în contradicţie cu ea, de aceea nu există nici acord, nici contradicţie” (PI 201). Paradoxul e rezolvat de filosof în propria manieră (generală) atunci când spune că din multitudinea de acţiuni există un mod de a surprinde regula şi care nu este o interpretare secundară, aleatoare, fără legătură cu practica regulii de limbaj. Pe parcursul însuşirii practice a regulii (ca ordin sau joc de limbaj) sunt învăţate inclusiv expresii inductive de tipul „şi aşa mai departe”, „ad infinitum” (PI 208). Există instruiri şi reguli care „*indică dincolo* de ele”; aşadar „faptul că nu putem scrie toate zecimalele lui π nu este o insuficienţă omenească, cum cred uneori matematicienii” (PI 208), prin faptul că, pur şi simplu, deţinem regula (de dezvoltare în serie zecimală a lui π) chiar dacă nu o aplicăm *până la infinit*.

În PI 7[15], Wittgenstein introduce sintagma „joc de limbaj” (*Sprachspiele*) ca pe o activitate prin care se învaţă un limbaj oarecare, şi pe parcurs se manifestă diversitatea modurilor de a fi folosit. Astfel că jocul de limbaj acoperă sau ia locul „formei generale a limbajului”. În această nouă situaţie, „adevărat” şi „fals” pot face parte din jocul de limbaj. Schema de la PG VI, 79 se completează în PI 136 astfel:
„În principiu, a prezenta expresia «Aşa stau lucrurile» drept forma generală a propoziţiei este acelaşi lucru ca şi definiţia: o propoziţie este tot ceea ce poate fi adevărat sau fals. Căci în loc de «Aşa stau lucrurile» aş fi putut spune. «Cutare şi cutare este adevărat» (dar şi «Cutare şi cutare este fals»).
Acum «p» este adevărată = p
«p» este falsă = ~p
Iar a spune că o propoziţie este tot ceea ce poate să fie adevărat sau fals înseamnă a spune că numim propoziţie acel lucru căruia putem să-i aplicăm în limbajul nostru calculul funcţiilor de adevăr.” (PI 136).

Sintagma „asemănări de familie” înlocuieşte expresia formală a unei generalităţi care, prin particularizare, capătă valori sau exprimă elemente

[15] „Voi numi şi întregul: limbajul şi activităţile cu care se împleteşte acesta, *joc de limbaj*”

individuale[16]. Acum indivizii nu mai posedă asemănări formale, ci de familie: e vorba de o metaforă-reprezentaţionare a situaţiei unei expresii generale care străbate o întreagă stare de lucruri: „nu gândi, ci priveşte!”, exclamă Wittgenstein (PI 66):
„Nu pot să caracterizez mai bine aceste asemănări decât prin expresia «asemănări de familie»; căci în acest fel se suprapun şi se încrucişează diferitele asemănări care există între membrii unei familii: statură, trăsături ale feţei, culoarea ochilor, mers, temperament etc. etc. – Iar eu voi spune: «jocurile formează o familie».Şi tot aşa, genurile de numere formează o familie. De ce numim ceva «număr»? Ei bine, poate pentru că are o înrudire – directă – cu anumite lucruri pe care le-am numit până atunci număr; şi prin aceasta, se poate spune, el are o înrudire indirectă cu altele pe care le-am numit tot *aşa*. Iar noi extindem conceptul nostru de număr, tot astfel cum la torsul unui fir împletim o fibră cu alta. Iar rezistenţa firului nu stă în aceea că vreuna din fibre străbate toată lungimea lui, ci în aceea că multe fibre se suprapun.

Dacă cineva ar spune: „Aşadar există ceva comun tuturor acestor formaţii – şi anume disjuncţia tuturor acestor trăsături comune – atunci eu i-aş răspunde: aici doar te joci cu cuvintele. S-ar putea la fel de bine spune: Ceva străbate întregul fir – şi anume suprapunerea continuă a acestor fibre.” (PI 67).

Wittgenstein serveşte contraargumente interlocutorului său care i-ar răspunde la cele de mai sus că orice concept poate fi definit ca o sumă logică a subconceptelor sale, aşa cum conceptul de număr ar putea fi definit ca sumă logică a conceptelor înrudite de număr cardinal, raţional, real, complex; nu, niciun concept, cum nici cel de „joc de limbaj” nu trebuie astfel limitat între „graniţe rigide”:
„Căci în ce fel este delimitat conceptul de joc? Ce este încă joc şi ce nu mai este joc? Poţi să indici graniţele[17]? Nu! Tu poţi să trasezi unele: căci niciuna nu a fost încă trasată. (Dar asta nu te-a deranjat până acum niciodată când ai folosit cuvântul «joc»)” (PI, 68).

Nu e vorba de o lipsă de reglementare în folosirea cuvântului, ci de nişte graniţe care nu au fost trasate, fiindcă noi explicăm ce *este* un joc, nu ce *nu este* (cum se înţelege din PI 69) şi chiar dacă ar fi o „noţiune vagă” (PI 70, 71), se poate vedea, arăta, în ce constă şi ce au în comun practicile care presupun conceptul respectiv (PI 72 etc.).

Wittgenstein se află în iminenţa unei opţiuni de care a fost tot timpul conştient şi care i-a jalonat cercetările, convingerile, întregul traseu filosofic:

„Aici ne lovim de marea întrebare care stă în spatele tuturor acestor consideraţii. – Căci mi s-ar putea obiecta acum: «Îţi faci viaţa uşoară! Vorbeşti despre tot felul de jocuri de limbaj, dar nu ai spus nicăieri în ce constă esenţa jocului de limbaj şi, prin urmare, a limbajului. Ce este comun tuturor acestor procese şi le face limbaj şi părţi ale limbajului. Te lipseşti, aşadar tocmai de acea parte a cercetării care ţi-a dat altădată cele mai multe dureri de cap, şi anume de cea care priveşte *forma generală a propoziţiei* şi a limbajului.»

[16] O formă generală propoziţională determină o propoziţie ca parte a unui calcul (PG VI, 80. p. 123).
[17] În legătură directă, consider, cu TLP 5.6: „Graniţele limbajului meu semnifică graniţele lumii mele.”

Iar acest lucru este adevărat. – În loc de a indica ceva care este comun pentru tot ceea ce numim limbaj, eu spun că acestor fenomene nu le este câtuşi de puţin ceva comun, ceea ce ne face să folosim pentru toate acelaşi cuvânt – ci că ele sunt înrudite unele cu altele în multe feluri diferite. Şi datorită acestei înrudiri sau acestor înrudiri, le numim pe toate «limbaj»" (PI 65).

*

De la *Philosophical Remarks* şi *Philosophical Grammar* la *Philosophical Investigations* ne aflăm în faţa unei schimbări de atitudine filosofică. Totuşi, această situaţie o consider atât de intim legată de problematica şi stilul propriu al filosofului (din care am evidenţiat unele elemente în favoarea unei continuităţi de preocupări) încât noile soluţii de *Filosofie Wittgensteiniană a Limbajului* nu împietează asupra *Filosofiei Wittgensteiniene a Matematicii* care fusese exprimată în *Philosophical Remarks* şi *Philosophical Grammar* sau care aveau să se dezvolte până în anii 1944 în *Remarks on the Foundations of Mathematics* (bună parte în paralel cu scrierea *Philosophical Investigations*). Fiindcă aşa cum am spus, noul Spațiu Gramatical deschide posibilitatea dezvoltărilor de tip logic sau formal alături de cele ale limbajului, şi faţă de care se pot raporta propoziţiile logicii şi ale matematicii; în cadrul Spațiului Gramatical se vor formula cele mai importante critici aduse filosofiei matematicii. De aceea, traseul pornind de la *Tractatus Logico-Philosophicus* şi urcând până la *Remarks on the Foundations of Mathematics* şi *Philosophical Investigations* îl consider unul propriu unui singur stil de filosofare, cu răsturnări de situaţii, ce-i drept, dar şi cu perioade de tăcere sau de suspans care certifică autoritatea şi continuitatea de păreri ale unui singur demers. De altfel, dacă ar fi să acceptăm o filosofie a limbajului aplicată limbajului matematic, ea se încadrează într-o filosofie a matematicii. E ca şi cum am socoti că pe Wittgenstein l-a interesat o singură problemă filosofică de-a lungul întregii vieţi, i-a stabilit condiţiile şi primele expresii în scrierile de început, iar răspunsul s-a lăsat întrevăzut abia în final. Dar chiar şi aşa, oare un fapt precum cel arătat mai sus, că în sfârşit filosoful şi-a dat seama că nu există o formă generală a propoziţiei şi a limbajului, ar fi fost posibil fără eşecul logicist din TLP? Oare acel „eşec" nu e o etapă în calea adoptării unei atitudini mai ferme, a unei soluţii proprii? Or, „jocul de limbaj" nu e un concept străin de filosofia generală a lui Wittgenstein. Faptul că tot timpul, îndemnul filosofului adresat cititorului şi interlocutorului său e să privească, să vadă, să renunţe la comodităţi şi automatisme dobândite ţine de o metodă care se impune ca fiind una de căpătâi: e vorba în primul rând de reprezentaţionism ca mod specific de a prezenta, incita, elabora, soluţiona problemele filosofiei din orice domeniu, inclusiv din cel al matematicii. Din perspectivă reprezentaţionistă aşadar, nu e vorba de o *schimbare* de atitudine, cât de o *evoluţie* filosofică în măsură de a prelua filosofia matematicii şi a o îngloba într-o viziune proprie din ce în ce mai adecvată și matură cu elemente care din recesive devin dominante.

5. RELAŢIA TOTALITATE–GENERALITATE[18]

Întrebarea cu privire la posibilitatea unei propoziţii sau demonstraţii de a aborda o totalitate, sau însăşi *totalitatea* de propoziţii[19], şi care priveşte, consider, modul cel mai general de a trata problema inducţiei este socotită o imposibilitate *a priori* (PR XII,129).

Compromisul din abordarea unei *forme de totalitate* printr-o *formă de generalitate* constă în procedeul inducţiei. Inducţia nu e alcătuită din propoziţii propriu-zise (pentru a se evita un cerc vicios, şi procedeul inducţiei să necesite un alt procedeu de certificare şi aşa la nesfârşit, precum în teoria tipurilor din *Principia Mathematica*-PM). Observaţiile lui Wittgenstein par nişte tatonări despre *generalitate*, *Spaţiu Logic*, *propoziţie*, *formă generală a legii* etc; în cazul aritmeticii, expresii foarte uzitate, cum ar fi *toate numerele*, le consideră drept nonsensuri şi din punct de vedere logic şi matematic; de aceea inducţia reprezentaţionează generalitatea:

„În aritmetică, generalitatea (Allgemeinheit) este re-prezentată (dargestellt) prin inducţie.

Inducţia este expresia generalităţii aritmetice" (PR XII, 129).

Dar cum stau lucrurile cu demonstraţiile cu pretenţie de valabilitate generală din geometrie? Şi aici se procedează la acelaşi tip de generalizare când se demonstrează o proprietate geometrică într-un triunghi oarecare (să zicem, „într-un triunghi, înălţimile sunt concurente"), iar valoarea acestei demonstraţii trebuie să valoreze pentru toate celelalte triunghiuri. Ce are de comentat Wittgenstein aici? Ar fi două aspecte:

I) Demonstraţiile geometrice (inclusiv cele cu rigla şi compasul) sunt de acelaşi tip de generalitate cu cele aritmetice (de forma 2+2=4 certificate prin metode cum ar fi a *abacului rusesc*) sau cu cele din logică, unde se demonstrează tautologii. Esenţial, în toate aceste cazuri este că ceea ce este demonstrat nu poate fi exprimat printr-o propoziţie (PR XII 131).

Ce înseamnă „nu poate fi exprimat printr-o propoziţie?" Filosoful face trimitere la tipul demonstraţiei prin inducţie, căreia se ştie încă din TLP că îi neagă apartenenţa la sistemul propoziţional, fiindcă nu are acces la o formă logică de maximă generalitate. Demonstrațiile prin inducție nu sunt, cu alte cuvinte, tautologii.

În spiritul aceleiași idei tractariene, PI 136 afirmă că nu poate fi numit propoziţie un sistem de reguli căruia nu i se poate aplica calculul funcţiilor de adevăr; în plus, limbajul în care exprimăm „jocul de limbaj" al inducţiei nu

[18] Totalitatea ţine de aspectul extensional, iar generalitatea de cel intensional; sunt două componente, două feţe, ale aceluiaşi fenomen matematic sau logic.

[19] „Poate o propoziţie să trateze despre toate propoziţiile, sau toate funcţiile propoziţionale?" Ce se înţelege prin asta? Ai în vedere o propoziţie a logicii? Ce poate să arate demonstraţia unei astfel de propoziţii? (PG VI, 80, p. 125).

exprimă (ca propoziţie), ci arată, precum o face şi „2+2=4"; or, acest aspect extensional nu poate accede la maxima generalitate, astfel încât să se vorbească despre „orice număr natural" care verifică o anumită proprietate matematică; ca şi în cazul numărului cardinal, aspectul intensional al procedeului este cel care capătă un profil formal, ceea ce se verifică în inducţie rămânând la un *anumit* nivel de generalitate.

II) Al doilea aspect este că demonstraţiile prin inducţie, chiar dacă nu acced la o maximă generalitate, nu ţin totuşi de experienţă. Dacă rezultatele din geometrie ar fi experimente, nu s-ar putea aplica automat la toate celelalte triunghiuri sau forme de calcul. De aici se vede că propoziţiile matematicii nu sunt experimente, ci au valabilitate în cadrul propriei demonstraţii, sau mai sugestiv, în cadrul propriului *joc de limbaj*, la atât se ridică generalitatea lor.

Ce tip de suspiciune exprimă Wittgenstein atunci când i se pare „ciudat" ca o proprietate a unui triunghi oarecare să fie extinsă la *orice* triunghi?

„Nu e posibil ca un doctor, după ce a examinat un om, să concluzioneze că ceea ce a constatat pe acesta trebuie obligatoriu să fie adevărat pentru toţi ceilalţi... O demonstraţie nu poate să ducă dincolo de ea însăşi." (PR *X*II,131)

În *Wittgenstein's Lecture on the Foundations of Mathematics*[20] – LFM (XXXI, p. 287 sqq), Wittgenstein explică situaţii practice în care astronomii, măsurând suma unghiurilor unui triunghi alcătuit din stele, nu ajung la rezultatul aşteptat, acela de două unghiuri drepte, aşa cum prezice geometria euclidiană; lucrul se întâmplă datorită curburii spaţiului, iar triunghiurile sferice au suma unghiurilor fie mai mică, fie mare de 180°. Deci nici geometriile nu vehiculează adevăruri general valabile, ci relative, precum aritmetica.

Oare suspiciunea ca o demonstraţie să depăşească propriul joc de limbaj ori să fie generalizată ilicit nu e una exagerată? Modul de a gândi şi a concepe o teorie sau o practică infailibile, cu un domeniu infinit de aplicabilitate, este tributar unei „concepţii extensionale" (PR 130). Aceeaşi greşeală o face de pildă şi Dedekind când explică conceptul de infinit[21] şi când aplică conceptul „toţi" la implicaţia formală.

„În explicaţia pe care o dă Dedekind conceptului de infinit, greşeala (cercul vicios) constă în a aplica conceptul «toţi» implicaţiei formale care, dacă putem spune, îşi păstrează valoarea independent de faptul că un număr finit sau infinit de obiecte este inclus în conceptele despre care vorbeşte. Ea spune pe scurt: dacă se aplică unui obiect, se aplică tuturor. Ea nu ia în considerare deloc totalitatea obiectelor, ci doar spune ceva despre obiect la momentul de faţă, şi *aplicarea ei* este finită sau infinită, după caz. Dar cum putem noi să ştim o astfel de propoziţie? – Cum se verifică ea? Ceea ce în realitate corespunde cu ceea ce avem în minte, nu e deloc o propoziţie, ci inferenţa de la φx la ψx, când această inferenţă este permisă – dar asta nu e exprimată printr-o propoziţie" (PR XII, 130).

[20] *Wittgenstein's Lecture on the Foundations of Mathematics*, Cambridge, Ed. Cora Diamond, the Hardvester Press, Ltd, 1976.

[21] În 1872, Dedekind pornind de la ideile lui Bolzano a dat o definiţie infinitului

Sunt cazuri de „şi-aşa-mai departe”, tributare aceleiaşi concepţii extensionale, cum ar fi aceea în care un segment „se prelungeşte indefinit”, ocazie cu care se vorbeşte despre corespondenţa numerelor reale cu dreapta spaţială, în sensul că în orice segment s-ar afla un infinit de entităţi numerice. Lucru care depăşeşte atribuţiile procedeului inductiv.

Procesul inductiv este excedat de modul extensional de a gândi; e ceea ce se întâmplă în cazul numărului π, unde imaginea extensională este cea a dezvoltării unui şir nesfârşit (infinit) de zecimale care nu au nicio regulă, π fiind un număr preferat de Wittgenstein pentru a imagina tot felul de situaţii paradoxale[22]. Din toate aceste exemple reiese că propoziţiile matematicii nu sunt propoziţii empirice, aşadar există un criteriu pe baza căruia putem şti dacă au fost corecte sau nu, înaintea calculului sau folosirii tehnicii respective; pe de altă parte, metoda inducţiei, atâta timp cât conduce pe *scurtături* sau *căi lăturalnice*, ea nu certifică adevăruri de tip general. Aspectul extensional al numărului, de orice natură ar fi acesta, va fi criticat de Wittgenstein cu ocazia dezbaterilor despre infinit şi numerele reale, unde miza va cădea pe caracterul intensional, pe structura unică a numărului ţinând de continuitatea şi de posibilul său care se pot depăşi pe sine în intensiune, şi astfel având acces (e un mod de a vorbi) la infinit.

6. CE ESTE CEEA CE *EXISTĂ*. INDIVIDUAL, INFINIT, INTENSIONAL (ARITMETIC)

Exemplele lui Wittgenstein pleacă de la experienţa comună a ceea ce obişnuim să numim „infinit”. Îl „întâlnim” în spaţiul vizual, ca un proces mental, un mod de a ne imagina o progresie fără capăt sau o înaintare către o limită. Infinitul nu poate fi livrat prin descriere, chiar dacă asta e o primă tendință naturală de a ni-l reprezenta. Aici experiența materială ne lipsește, dar încercăm să îl reprezntăm făcând apel la noțiunile de spațiu și timp. În cazul reprezentării numerelor pe axa reală ne lovim de limite spațiale inerente, cum ar fi aceea de a subdiviza la nesfârșit un segment pentru a urmări anumite numere. Urmând această idee, ne-am putea imagina că fiecare punct de pe axa numerelor reale, care este un număr irațional, ar putea să fie reprezentat printr-un „cerculeț” infinit, fiindcă acel număr conține un număr infinit de zecimale. Or, în această situație nu mai divizăm la infinit, ci ieșim din axa numerelor. Ceea ce pun aici în lumină este intuiția că de fapt nu ne putem reprezenta un număr real de pe o axă, ci putem cel mult să încercăm să-l reprezentaționăm. E un mod de a suplini ceea ce arată Wittgenstein când afirmă că nu putem sesiza nici măcar eșecul acestei încercări, pentru că a surprinde continuitatea vizual nu înseamnă

---

[22] Dacă întreb câţi de 9 la rând se află imediat dincolo de 3.1415 în dezvoltarea lui π şi dacă această întrebare este legată de extensiune, răspunsul se formulează astfel: ori dezvoltând extensiunea până la ultimul rang decimal dezvoltat, fie el N, am depăşit seria de 9; ori până la rangul zecimal N, 9 se urmează unul pe altul (sunt la rând). Dar atunci întrebarea nu ar putea să aibă alt sens decât acesta: „primele 5 zecimale ale lui π sunt ele de 9 sau nu?” – Totuşi nu este asta întrebarea care ne interesează

decât că nu surprindem discontinuitatea (PR XII, 137). Concluzia radicală a acestei situații vizând limitele experienței inerent finite este că spațiul nu are întindere, ci doar obiectele spațiului, și prin asta dețin infinitul, acesta fiind totuși o proprietate a spațiului ca intensiune nu ca mărime: „experiența ca mod de a trăi faptele îmi dă finitul; obiectele *conțin* infinitul. În mod natural, nu ca o mărime concurentă experienței finite, ci în in-tensiune. (Posibilitatea infinită nu e o mărime.) Spațiul nu are întindere doar obiectele spațiului sunt întinse, dar infinitul este o proprietate a spațiului"(PR XII,138). Când Wittgenstein susține că posibilitatea infinită nu e o mărime, se opune teoriilor extensionaliste ale analizei matematice care definesc mărimi și construiesc teorii ale măsurii de diferite tipuri pentru a justifica și fundmenta cantitativ o proprietate a spațiului (care nu există din punctul de vedere al mărimii și al măsurii). Prin asta matematicienii aderă la un fenomenalism iluzionist în măsură să se aplice experienței finite, chiar să o coordoneze, fără să ajungă acolo unde susțin că se află, pe când Wittgenstein înclină către un realism de tip intensional eliberând reprezentarea, cel puțin a infinitului matematic, de canoane nejustificate. Pentru a extrage și mai mult din toată această conjunctură, s-ar putea afirma că infinitul realist intensional *există* la nivel individual și multiplu, e dat de o lege și aproximat de o extensiune. Există așadar cel puțin doi *infiniți diferiți* dintre care se poate obține un *alt* infinit, ca distanță, de exemplu, și distanța dintre distanțe este un *alt* infinit și așa mai departe, astfel încât se poate afirma că în orice punct din spațiu se află *un* infinit fără nicio mărime. Faptul divizibilității la infinit nu poate fi exprimat de o propoziție pentru că conceptul de infinit nu are o semnificație precisă, el indică o posibilitate. O propoziție despre infinit nu are sens, nici valoare de adevăr (nu respectă principiul terțului exclus). În manipularea lingvistică și formală a infinitului au realitate afirmațiile pe domenii finite (de tipul „până la n, număr natural, oricare ar fi acesta, are loc cutare și cutare...”), celelalte sunt doar posibilități fără să reflecte o stare de lucruri reală (de tipul „oricare ar fi n, număr natural, are loc cutare și cutare”).

Raportul dintre realitate și posibilitate apare din felul în care folosesc conceptul de infinit. Când vorbim despre infinit, facem apel la posibilități nu la realități, stări de lucruri finite; dacă ar exista infinitul ca realitate, atunci ar exista și hazard în infinit, ceea ce din perspectivă aritmetică ar contrazice faptul că orice număr este o lege (cf. PR XII, 143). În TLP, relația dintre posibilitate și realitate este centrată pe realitate. Realitatea face posibilă însăși posibilitatea (cf. TLP, 4.2211). În cazul axiomei alegerii are loc aceeași diferență între realitate și posibilitate, au realitate alegerile pe mulțimi finite, în cazul celor infinite, rămâne doar legea de stabilire a alegerii, alegerea în sine rămânând o posibilitate. În aceeași manieră, totalitatea este dată la nivel de concept, având doar posibilitate, nu realitate.

7. CAZUL INDUCȚIEI MATEMATICE

Inducția matematică e legată prin structura ei de trecerea de la un rang la altul pe care o face operația „+1” a aritmeticii; în acest mod se produce o înaintare într-un şir de forme, ceea ce ne face să vedem cum apar noi propoziţii matematice din altele existente. Propoziţiile matematicii sunt astfel nişte entităţi formale care depind de rangul şirului numerelor cardinale[23]: 1, 2, ..., n, n+1: Φ(1), Φ(2), Φ(3)....., Φ(n), Φ(n+1).

Aceste propoziţii comportă o structură internă, de tip intensional, aşa cum arată Wittgenstein că se întâmplă şi în cazul şirului de numere cardinale.

Principiul inducţiei se aplică unor astfel de propoziţii, arondate la forma logică generală „aşa stau lucrurile" prin care ele admit valori de adevăr (ne exprimăm în felul următor: „e adevărat că Φ(n) are următoarea expresie matematică") după care se aplică principiul inducţiei matematice. Dar demonstrează inducţia ceva? E ea în măsură să producă o propoziţie care să privească o totalitate? De ce tip este această totalitate? În urma inducţiei rezultă cel puţin o propoziţie nouă? Pe structura acestor întrebări se desfăşoară investigaţia lui Wittgenstein asupra inducţiei.

Dacă am şti că forma generală a propoziţiei este valabilă pentru orice *n*, atunci s-ar obţine un şir de propoziţii adevărate, schimbând pe *n* cu *n+1*; dar forma generală se demonstrează prin inducţie! Cercul vicios apare odată cu definiţia numerelor naturale prin inducţie: procedeul inductiv este parte constitutivă a numărului natural, dar principiul inducţiei este un adevăr tautologic derivat din proprietăţile numerelor naturale (fiecare număr natural admite un succesor, „0" nu e succesorul nimănui, mulţimea numerelor naturale este total ordonată, aşadar în orice submulţime există un minim etc.)

Principiul inducţiei matematice (aşa cum îl expune şi Wittgenstein în LFM XXXI, pp. 287) decurge astfel:

– se dă o proprietate Φ

– se cunoaşte că Φ(1) este adevărată

– se arată că (∀)*n*: Φ(n).⊃. Φ(n+1)

– în concluzie (∀)*n*: Φ(n) este adevărată (demonstrată[24]).

Concluzia e catalogată înşelătoare de Wittgenstein, fiindcă nu ştim că

(∀)*n*: Φ(n). implică Φ(n+1).

Să detaliem pas cu pas: avem

Φ(1), Φ(2), Φ(3).... Φ(1000) ..... adevărate; la un moment dat, se pune problema unei „scurtături", cum se exprimă Wittgenstein, sau generalizări, aşa încât Φ(n) să implice Φ(n+1). Dar cine ne garantează că lucrurile stau astfel?

Trecerea de la *n* la *n*+1 este o expresie a unei generalizări care se „aplică" implicit oricărei succesiuni, aşa încât, din adevărul propoziţiilor antecedente, rezultă adevărul propoziţiei secvente şi tot aşa. E un *modus ponens* care continuă indefinit. Ca silogism, lucrurile stau astfel:

Φ(1) este adevărată – numărul 1 posedă proprietatea Φ

[23] În sistemul de aritmetică axiomatizată a lui Peano în care se constituie şirul numerelor naturale, principiul inducţiei matematice constituie o axiomă (Φ(0).Φ(n)⊃Φ(n+1))⊃(m)Φ(m) care funcţionează ca *modus ponens* unde Φ(0) şi Φ(n)⊃Φ(n+1) se demonstrează

[24] Deocamdată *adevărat* e sinonim cu *demonstrat*

$\Phi(n). \supset. \Phi(n+1)$ – *n* posedă Φ implică *n+1* posedă Φ

În concluzie (n) Φ(n)

Dacă am presupune prin absurd concluzia falsă, atunci premisa a doua ar fi falsă, deci $\exists n$ a.î. toate numerele de până la *n* posedă Φ, şi *n+1* nu posedă Φ; continuând acest raţionament în şirul dat, eliminând pe rând Φ1,Φ2,Φ3,.... Φn, se ajunge la cel mai mic număr care posedă (cf. ipotezei) şi nu posedă (cf. presupunerii) proprietatea Φ, contradicţie. Acest tip de demonstraţie, neagreat de Wittgenstein, se bazează pe axioma de ordonare a numerelor naturale, şi că în orice mulţime de numere naturale există un cel mai mic element.

Wittgenstein face să *schimbe* sensul procedeului inductiv: nu din Φ(1) este adevărată şi $(\forall)n$: Φ(n). ⊃. Φ(n+1) se trage concluzia că $(\forall)n$: Φ(n) este adevărată, ci el arată că: $(\forall)n$: Φ(n), înseamnă „dacă Φ este adevărată pentru n = 1 şi Φ(n+1) rezultă din Φ(n)". (cf. PG, part.II, VI, 33, p. 406). Acest lucru nu schimbă cu nimic practica matematică, ci doar o circumscrie filosofic într-un domeniu propriu, finit. „Aici legătura cu generalitatea în domenii finite este evidentă, într-un domeniu finit există cu certitudine o demonstraţie că f(x) este valabilă pentru toate valorile lui *x*, şi acesta este motivul pentru care am spus în cazul aritmetic că f(x) este valabil pentru toate numerele" (*Ibidem*).

Rodych interpretează finitismul lui Wittgenstein, reliefând o *concluzie mijlocită*[25] în procesul inductiv: ‚m' reprezintă orice număr particular şi ‚n', orice număr arbitrar. Din această perspectivă, pentru Wittgenstein, o demonstraţie prin inducţie matematică ar trebui înţeleasă astfel:

Φ (1)

$\Phi(n) \rightarrow \Phi(n+1)$

Concluzia mijlocită: Φ(m). Această concluzie nu se bucură de generalitate, e o pseudo-propoziţie care poate să fie eliminată, constituind o bază de continuare a procesului inductiv.

Wittgenstein admite că având Φ(1) şi $\Phi(n)\rightarrow \Phi(n+1)$, nu mai este nevoie să reiterăm un *modus ponens* de *m*-1 ori, pentru a dovedi Φ(m). Aşadar, aplicarea inducţiei nu se schimbă, doar că ea este valabilă pentru un domeniu finit: se demonstrează direct orice propoziţie particulară care poate fi constituită, dar nu e vorba de un număr infinit de aplicări ale procesului inductiv. Într-o demonstraţie prin inducţie matematică, noi nu dovedim concluzia $(\forall)n$ Φ(n) ((PR XIV 164), ci doar un anumit aspect din „posibilitatea infinită"[26] (WVC p.135). Putem constata că o astfel de abordare nu are darul de a schimba practica matematică, ci viziunea

[25] Victor Rodych, *Wittgenstein's Philosophy of Mathematics*, Center of Study of Language and Information, Stanford University, § 2.3, 2007.

[26] Friedrich Waismann, *Wittgenstein and the Vienna Circle*, (WVC), Ed. B.F. McGuiness, Oxford, Basil Blacwell, 1979.

filosofică asupra ei. Rodych susţine că e vorba de o concepţie *radical constructivistă* asupra matematicii care se alătură celei *finitiste* ce succede perioadei TLP.

Nuanţa reprezentaţionistă este că inducţia nu e analoagă unei totalităţi finite de elemente, ci unei totalităţi infinite, așadar inducţia reprezentaţionează fenomenul infinit.

Propoziţia care se demonstrează prin inducţie nu e *nouă*, ci respectă aceleaşi reguli ale propoziţiilor de bază, deci nu e *independentă*. Nu e nouă sub aspect formal-intensional, fiindcă *seamănă* (posedă aceeaşi structură internă) cu cea de rang inferior, şi aşa mai departe, cu toate cele de sub ea; dar e şi supusă aceleiaşi legi tutelare, sau reguli, cum ar fi asociativitatea operației de adunare – o regulă generală pusă în evidenţă de Wittgenstein şi studiată ca punct important al structurii operației de adunare.

„Este greşit să credem că o propoziţie despre toate numerele poate fi demonstrată prin principiul inducţiei...; pentru că principiul defineşte ceea ce îi revine lui Φ ca să fie valabil pentru toate numerele naturale, şi nu stabileşte o metodă independentă pentru îndreptățirea unei astfel de pretenţii”[27].

Constructivismul wittgensteinian e un aspect al reprezentaţionismului său, pus în lumină şi în abordarea funcţiilor recursive aritmetice, formalizate de Skolem, în strânsă legătură cu principiul inducţiei care este inclus în demonstraţia legii asociativității adunării. Dincolo de multitudinea de aspecte care apar cu acest prilej, mai remarc considerația lui Wittgenstein că metoda inducţiei nu este propriu-zis o demonstraţie, ci mai degrabă un „pattern”, un „ornament” (în stil reprezentaţionist):

„Construcţia inducţiei nu este o demonstraţie, ci un anumit aranjament de demonstraţii (un pattern, în sensul de ornament) şi nimeni nu poate spune cu exactitate: am demonstrat trei ecuaţii sau am demonstrat una. Aşa cum mişcările dintr-o suită nu constituie o singură mişcare” (PG part.II, VI, 30, p. 399).

8. FUNCŢII RECURSIVE – DEMONSTRAŢIA LUI SKOLEM PRIN INDUCŢIE

Trebuie subliniat că demonstrația prin recursivitate a asociativității adunării se folosește de inducție, care, la rândul ei, se bazează pe asociativitatea adunării numerelor naturale. Asociativitatea adunării, folosită pe scară largă, conține un cerc vicios. Regula asociativităţii, considerată a guverna un sistem matematic, este cea notată cu A(c) şi are forma:

A(c): „a+(b+c) = (a+b)+c”.

Wittgenstein se preocupă şi în TLP de acest aspect (oarecum în treacăt) atunci când afirmă că „e o proprietate a lui „1+1+1+1” că poate fi conceput ca „(1+1)+(1+1)” (TLP 6.231) (tot la fel cum „e o proprietate a afirmaţiei că poate să

[27] H.J. Glock, *A Wittgenstein Dictionary*, Oxford, Blackwell, 1966, p. 266.

fie concepută ca dublă negaţie”). E vorba evident de o proprietate a adunării, „+” sau „+1”, ca proprietate internă, intrinsecă a numerelor naturale. Este punctul de vedere pe care şi-l va păstra şi atunci când va combate demonstraţia prin recurenţă a lui Skolem[28].

Skolem introduce o funcţie descriptivă de două variabile, a, b, numită suma lor,

f(a, b) = a + b, unde dacă b = 1, funcţia devine *funcţia succesor a lui* a, f(a, b) = a + 1, ∀a.

Aşadar, avem de demonstrat că

a + (b+c) = (a+b) + c; formulă notată A(c), „c” fiind variabila după care se face inducţia, „a” şi „b” fiind oarecare.

Se admite prin definiţie că

$a+(b+1) \overset{def}{=} (a+b)+1$: A(1)

Să arătăm acum că A(c+1) este adevărată:

A(c+1) afirmă:

a + [b+(c+1)] = (a+b) + (c+1);

să plecăm de la prelucrarea membrului stâng:

a + [b+(c+1)] = a+[(b+c)+1]

(cf. A(1) aplicat lui b+(c+1))

= [a+(b+c)] +1 (cf. A(c))

= a+ [(b+c)+1] (cf. A(1))

= [a+(b+c)] + 1 (cf.A(1))

= [(a+b)+c] + 1 (cf. A(c))

= (a+b)+(c+1) (cf. A(1)), adică ceea ce trebuia demonstrat.

Se constată că se îndeplinesc condiţiile cerute de metoda inducţiei, aşadar, cf. Skolem,

a + (b+c) = (a+b) + c este o formulă universal valabilă.

Wittgenstein nu are cum să fie de acord cu asemenea demonstraţie din motive asemănătoare celor datorită cărora a renunţat la definirea numărului natural ca exponent al unei operaţiuni; dar diferenţa comportă anumite nuanţe; el respinge funcţia succesor ca aplicaţie asupra propriilor ei rezultate;

f(a, b) = a+b, f(a, 1) = a + 1,

f(a, b+1) = f(a, b) + 1 = f(f(a, b), 1) etc.

Filosoful este evident deranjat de cercul vicios care apare prin metoda inducţiei; de fapt, critica sa este valoroasă prin prisma eliberării de principiul terţului exclus şi deliberarea asupra condiţiei unor tipuri de propoziţii matematice (definiţiile) care se află în afara afirmaţiei şi negaţiei.

---

[28] Skolem, *Begründung der elementaren Aritmetik durch die rekurriende Denkweise ohne Anwendung scheinbarer Veränderlichen mit Ausdehnungsbereich*, 1923, p.1–38, (*Cum se fundamentează aritmetica elementară procedând prin recurenţă fără a recurge la variabile aparente într-un câmp infinit*), Videnskapselskapets Skrifter 1.Mathematik Naturwissenschaften Klasse, nr. 6, S. Bauer Mengelberg (trad.), 1923, retipărit în 1967, sub titlul *The foundations of elemnetary arithmetic established by means of the recursive mode of thought, without use of apparent variables ranging over infinite domains*, ed. van Heijenoort, p. 302–333.

9. CRITICILE LUI WITTGENSTEIN LA DEMONSTRAŢIA LUI SKOLEM

Wittgenstein percepe regula asociativităţii nu ca pe ceva demonstrabil, dar ca o *regulă fundamentală a unui sistem*. Ea nu poate fi afirmată sau negată, ci doar *prescrisă*; se sustrage astfel principiului terţului exclus, cum se va vedea, la fel ca şi alte propoziţii; ea nu e o propoziţie cu *sens*, e numai o demonstraţie aparentă, aşa cum va fi aprofundat în continuare: atâta timp cât nu poate stabili o propoziţie ca fiind adevărată şi contrara sa ca falsă, ea nu dovedeşte nimic, e mai degrabă un mijloc pentru demonstraţie. Demonstraţia prin recurenţă de mai sus nu arată de fapt *posibilitatea aplicării ei infinite*.

Variabila liberă „c" nu are nicio semnificaţie *în* demonstraţie, cum arată Wittgenstein, fiindcă dacă ar fi avut una, ar fi reprezentat un număr oarecare în măsură să joace un rol în demonstraţie; Dacă aplic regula de demonstrat la o situaţie concretă, cu numere fixate, care pot fi desfăşurate ca formule ce se bucură de asociativitate, sub forma a ceea ce vreau să arăt, A(c) e chiar un membru al acestor serii de propoziţii care reprezentaţionează (*darstellt*) chiar *ultima* propoziţie din demonstraţie, şi fiind vorba de un caz concret, recunoaşterea formală nu ţine de demonstraţie, ci de intuiţie.

Care este întrebarea la care răspunde această proprietate de asociativitate? Filosoful încearcă să dea un răspuns:

„Această demonstraţie ar trebui să fie analoagă celei care ar enunţa că adunarea formelor [(1+1)+1] face mereu să apară cifre de această formă. Dar putem să o demonstrăm? Demonstraţia rezidă efectiv în regula adunării anumitor expresii, adică în definiţie şi în nimic altceva. Dacă am fi întrebaţi cărei întrebări îi aduce un răspuns această demonstraţie, am putea spune: Da, ce este adunarea fără aceste date? La ce te aştepţi de la adunare? Ce este adunarea destinată să dea?" (PR XIV, 163).

Legea asociativităţii îmbracă diferite atribute în sens reprezentaţionist: „ghid general pentru demonstraţii particulare", „indicator al drumului spre casă", „buclă a unei spirale logaritmice" (după care totul se derulează în aceeaşi paşi şi nu ca rezultat al unui lanţ de raţionamente).

Demonstraţia prin recurenţă face totuşi să justifice expresia A(c) ca pe o regulă care se aplică numerelor cardinale. Aceasta este singura ei legitimitate ca posibilitate de înaintare într-un şir de forme imediat reprezentaţionabile, precum „nişte puncte într-o suită, pentru a ne face să înţelegem spre ce trebuie să ne îndreptăm privirea" (*PR* XIV, 164).

Scopul demonstraţiei recurente e să justifice A(c); pentru aceasta, trebuie demonstrată A(c+1), presupunând ca îndeplinită A(c). Generalitatea care survine aici nu e una totală, ci justifică numai cazuri particulare, şi constă în posibilitatea de a repeta demonstraţia pentru cazuri particulare. Wittgenstein subliniază fără drept de apel faptul că a+(b+1) = (a+b)+1 nu se poate demonstra drept un caz particular al lui a+(b+c) = (a+b)+c, ci doar se arată („trebuie să vezi asta”). Nu există nicio regulă care să conducă de la cazul aşa-zis general la cel particular, fiindcă nu se poate şti ce este acela un caz particular al regulii generale. „Aceasta este prăpastia de netrecut dintre regulă şi aplicare, sau între lege şi caz particular” (*Ibidem*).

Ca reprezentaţionism de tip formal[29], formula A(c): a+(b+c) = (a+b)+c este o definiţie, o regulă pentru calculul algebric. Demonstraţia prin recurenţă arată că în calculul algebric are loc aceeaşi *tranziţie* ca şi în calculul cu numere cardinale, nu e vorba de o particularizare sau generalizare.

„A(c) nu este rezultatul unei demonstraţii, ci urmează un curs care îi este cvasi-paralel” (PR XIV, 163). Iar A(1) e şi ea o definiţie, dar care nu e înţeleasă „ca o regulă pentru calculul algebric” (*Ibidem*), dar care se aplică oricăror perechi de numere cardinale şi, fiind un mijloc auxiliar, *clarifică* anumite expresii aritmetice.

„Expresia corectă a legii asociativităţii nu este propoziţie, ci este chiar demonstraţia sa, care indiscutabil nu afirmă legea, ci o arată. Şi devine clar atunci că nu putem nega această lege, pentru că nu apare deloc sub forma unei propoziţii. Fără îndoială, putem să negăm ecuaţiile demonstraţiei luate separat, dar legea nu ar fi negată din cauza asta. Ea scapă afirmaţiei şi negaţiei.

A şti că se poate demonstra ceva înseamnă a fi demonstrat deja. ...” (PR XIV, 165).

Ne putem întreba: cum ştim că lucrurile stau într-un fel sau altul, fără a le demonstra? Mai întâi, cum arată Wittgenstein, prin „viziunea paşilor”, a „spirelor” în care se înaintează din 1 în 1: a+(b+1) = (a+b) +1 e prima „spiră”:

„Trebuie deci după ce am parcurs o spiră să pot spune: nu merită osteneala, văd prea bine ce urmează; orice efort pentru a merge dincolo ar trebui atunci să fie superfluu şi nu face lucrurile mai clare. Dacă trasez toate spirele până în punctul care mă interesează, nu pot să văd mai bine că ea duce acolo decât dacă aş fi trasat o singură spiră... Când am învăţat pe cineva să facă primul pas i-am oferit astfel posibilitatea să parcurgă orice distanţă” (PR XIV, 165).

Wittgenstein pune în evidenţă o analogie: așa cum o propoziţie a limbajului curent verifică nişte date imediate, la fel structura unei ecuaţii e verificată de o relaţie aritmetică internă (cum e cea prin inducţie sau cea recursivă). Aceasta e cauza faptului că pot şti cum stau lucrurile, fără să fac practic o deducţie completă.

E greşit să spunem că inducţia e valabilă pentru toate numerele: ea e un semn valabil doar pentru ea însăşi (cf PR XIV, 166).

Inducția nu este un procedeu care ține de o sferă mai largă decât propoziția ca atare, fie ea algebrică, logică sau din limbajul natural. În aceeaşi manieră, filosoful se exprimă în TLP, situația nu ține decât de complexitatea stării de lucruri respective, care nu poate fi redusă (simplificată), nici indicată prin altă reprezentare. Cu inducția suntem în aceeaşi situație reprezentaționistă din TLP, a propoziției față de realitate. Propoziția *arată*, nu putem spune în altă propoziție ceea ce propoziția spune despre realitate. La fel este poziționat procedeul inducției față de propozițiile algebrice. Propozițiile algebrice conțin inducția în expresia lor.

[29] Reprezentaţionismul în matematică îmbracă şi un aspect socio-cultural şi istoric, pe lângă cel raţional, intuitiv (bazat pe judecăţi sintetice *a priori* sau analitice, fără să fie un empirism).

Principiul inducției devine astfel superfluu sau cerc vicios. Din acest motiv nu se poate trece de la o regulă generală la una particulară. Este aici o continuitate de convingere filosofică de la TLP (4.0411) la PR (XIV, 165, 166).

Ecuațiile algebrice capătă semnificație prin aritmetică, iar inducția le conferă sensul, adică justificarea diverselor moduri de aplicare (cf. PR, XIV, 167).

Formularea paradoxală a lui Wittgenstein că nu pot demonstra decât „acele propoziţii al căror adevăr poate fi pus în discuție " (PR XIV 167) privește în fond filosofia sa generală, anume că delimitează propozițiile limbajului natural de cele ale matematicii. În cazul ecuațiilor algebrice, pentru că ele conțin inducția, eu de fapt nu demonstrez nimic, ci doar certific ceea ce există în afară de orice discuție. Inducția certifică o evidență care în fond nu apare ca evidență. Între propoziția ca atare și rezultatul final se interpune „ceva" care oferă *sens*.

În concluzie:

– demonstraţia prin inducţie (recurenţă) nu este o demonstraţie propriu-zisă;

– ea nu spune nimic, nu tratează despre o generalitate, cel mult se arată (reprezentaţionism), e un semn valabil doar pentru ea însăşi;

– inducţia nu demonstrează propoziţii algebrice din punct de vedere al aplicării în aritmetică, iar ecuaţiile algebrice câştigă de la inducţie *sens* şi nu *adevăr* (nu se justifică prin inducţie);

– ecuaţiile inducţiei sunt cvasiexpresii ale unei *existenţe* aritmetice – Wittgenstein le numeşte „haine ale aritmeticii", ele „ajustează" algebra pentru a fi aplicată în aritmetică, ele sunt „deteminaţii", „mai mult nume decât propoziţii" etc.;

– generalitatea lui a+(b+c) = (a+b)+c nu constă în ea însăşi, ci rezidă în posibilitatea aplicării ei care *se arată* (*zeigt*[30]) ca relaţie formală de substituţie în termenii seriei inductive (PR XIV 168);

– demonstraţia prin recurenţă a lui A(c) nu este demonstraţia că o propoziţie este adevărată şi contradictoria ei falsă.

Inducția nu e o cheie valabilă pentru toate ușile (propozițiile matematicii: algebrice, aritmetice). În plus, nu există nimic în afara ei, cu toate că propozițiile matematicii sunt niște treceri (punți, poduri) pentru adevăruri din afara matematicii (cum ar fi științele naturii).

BIBLIOGRAFIE

Ludwig Wittgenstein, *Tractatus logico-philosophicus*, traducere, cuvânt introductiv şi note de Alexandru Surdu, Ed. Humanitas 1991; în engleză, *Tractatus Logico-Philosophicus*, trad. D.F.Pears și B.F. Mc., London Routledge, 1961.

Ludwig Wittgenstein, *Philosophical Grammar*, ed. Rush Rhees, trad. Anthony Kenny, Blackwell, 2004

Ludwig Wittgenstein, *Philosophical Investigation*, editia a treia, trad. G.E.M. Anscombe Oxford, Blackwell Publishing, 2001.

Ludwig Wittgenstein, *Remarks of the Foundations of Mathematics*, ed. G.H. von Wright, R. Rhees și G.E.M. Anscombe, trad. G.E.M. Anscombe, Basil Blackwell, Oxford, (1956) 1998.

[30] Zeigen – cu sens şi de *spectacol*.

Ludwig Wittgenstein, *Wittgenstein's Lecture on the Foundations of Mathematics,* Cambridge, ed. Cora Diamond, the Hardvester Press, Ltd, 1976.

Hans-Johann Glock, *A Wittgenstein Dictionary*, Oxford, Blackwell, 1966

Iulian Grigoriu, *Elemente de filosofie wittgensteiniană a matematicii in spațiul ideatic al anilor 30*, „Revista de Filosofie",Tomul LXVI, Editura Academiei Române, sept-oct 2019.

Victor Rodych, *Wittgenstein's Philosophy of Mathematics*, Center of Study of Language and Information, Stanford University, § 2.3*,* 2007.

Thoralf Skolem, *Begründung der elementaren Aritmetik durch die rekurriende Denkweise ohne Anwendung scheinbarer Veränderlichen mit Ausdehnungsbereich*, 1923, pp.1-38, [*Cum se fundamentează aritmetica elementară procedând prin recurenţă fără a recurge la variabile aparente într-un câmp infinit*], Videnskapselskapets Skrifter 1.Mathematik Naturwissenschaften Klasse, nr. 6, S. Bauer Mengelberg (trad.), 1923, retipărit în 1967, sub titlul *The foundations of elemnetary arithmetic established by means of the recursive mode of thought, without use of apparent variables ranging over infinite domains*, ed. van Heijenoort.

Friedrich Waismann, *Wittgenstein and the Vienna Circle*, (WVC), ed. B.F. McGuiness, Oxford, Basil Blacwell, 1979.

PROCEDEUL INDUCTIV ÎN RETORICĂ ȘI GÂNDIREA CRITICĂ

MARIUS DOBRE

1. LOGICĂ, RETORICĂ, GÂNDIRE CRITICĂ

Logica a atins performanțe demne de respect în secolul XX și putea răspunde oricărei provocări venite dinspre argumentarea practică, dinspre argumentarea de zi cu zi, așa cum răspundea oricărei provocări venite din partea argumentării științifice. Totuși, chiar dacă nu s-au formulat totdeauna nemulțumiri contra ei, s-a simțit nevoia unor extinderi ale ei, unor așa-zise îmbunătățiri, completări, dar cu pretenția de a ieși din cadrul ei. Așa ar putea fi și gândirea critică, deși contribuțiile ei ar putea fi reduse la logică cu un minim efort. Retorica nouă, deși a fost de la început, din Antichitate, un domeniu separat, are la bază tot procedee ce pot fi reduse în cele din urmă la cele logice. Retorica și gândirea critică merg pe vechile cărări bătătorite de logică, căci gândirea are un anumit specific de funcționare, unul ce urmează niște principii clare (cum ar fi principiul identității și cel al non-contradicției), unul care ne face să ne înțelegem cu toții atunci când argumentăm. Totuși, domenii precum retorica sau gândirea critică încearcă unele evadări și propun mijloace proprii de gândire (chiar dacă pot fi reduse la cele logice, cum spuneam), redenumindu-le uneori și crescându-le importanța în fața restului mijloacelor de argumentare cunoscute. Terenul pe care ele puteau fructifica asemenea pretenții este mai ales cel al inductivului, unul ce permite mai multe evadări datorită situării sale între limitele probabilității și nu ale validității (ca în domeniul deductiv).

În acest cadru, retorica ar avea și pretenția de a se despărți cât mai mult de logică, pentru faptul că, spre deosebire de gândirea critică ce urmărește ca și logica buna raționare, ea este o artă a convingerii și nu neapărat a raționării corecte. Din păcate, din punct de vedere logic, pășind pe terenul convingerii, retorica va cădea deseori în păcatul raționării falacioase, îndeosebi atunci când face apel la emotivitate.

Desigur, o reformă a logicii era necesară, în condițiile în care ea stăruia în formal, fără să-și arate potențialul evaluativ spre gândirea comună și discursul practic. Logica trebuia să-și dovedească utilitatea nu doar teoretică, ci și practică, trebuia să pătrundă în cotidian. Preluarea discursului cotidian, a argumentării comune și evaluarea lor erau sarcinile logicii. Nevoia nouă de evaluare a discursului comun și a discursului unor științe umaniste care nu puteau folosi doar legile logicii formale a condus în cele din urmă la apariția unor extinderi ale acesteia precum teoria argumentării sau logica neformală. Retorica și gândirea critică veneau de asemenea pe acest val.

Vom prezenta în continuare o serie de tehnici de argumentare inductive din retorică și gândirea critică cu scopul de a evidenția modalitatea în care cele două discipline au evoluat față de logica inductivă clasică, conform pretenției lor de a fi diferite față de aceasta. În retorică, după evidențierea contribuției lui Aristotel, am ales pentru scopul nostru câteva tehnici argumentative propuse în noua retorică, tehnici de argumentare bazate pe structura realului (legătura cauzală, argumentul pragmatic, argumentarea mijloc-scop, argumentul autorității) și tehnici de întemeiere a structurii realului (întemeierea prin cazul particular, analogia, metafora), însoțite de eventuale dificultăți de natură logică. În gândirea critică, am evidențiat tehnici argumentative inductive precum generalizarea, analogia, sondajul de opinie, argumentul cauzal, condițiile necesare și condițiile suficiente, inferența prin cea mai bună explicație, alături de unele posibile erori de argumentare.

2. INDUCȚIA ÎN RETORICĂ

2.1. O SCHIMBARE DE PARADIGMĂ ÎN ARGUMENTAREA PRACTICĂ

Retorica nouă, de secol XX, a apărut, pe lângă alte nevoi argumentative, și ca un protest împotriva logicii, mai precis împotriva logicii în calitate de demonstrație. O demonstrație cu rezultate sigure, obținute deductiv. Nu că retorica nu ar folosi niciun mijloc deductiv în argumentare, dar deducția nu mai este preferată, lăsându-se loc mijloacelor inductive și celor persuasiv-emoționale. Scopul nu mai este acum de a demonstra, ci de a convinge; deci, sunt permise și alte mijloace de argumentare sau convingere, important este doar să fie destul de puternice. Așa încât o serie de tehnici de argumentare ce pot fi încadrate drept inductive în știința logicii devin predominante în retorică.

De ce totuși era nevoie de o schimbare de paradigmă în argumentare? Din motive practice, atașate ideii de convingere a auditoriului, utile în alte domenii decât cele științifice (mai precis, domeniile științifice care utilizează un limbaj matematico-simbolic, precum fizica sau chimia). Unele științe umaniste cu extinderi practice majore au nevoie deci de un alt mijloc de prezentare a ideilor. Așa ar fi, de exemplu, domeniul dreptului, unde problema convingerii este extrem de importantă (atât în pledoarii, cât și în rechizitorii), deși, din punctul nostru de vedere, care este unul al menținerii logicii pure și în aceste aspecte, este dezirabil ca orice fel de discurs să respecte regulile clasice ale logicii. Și teoria comunicării sau, mai precis, teoria argumentării în comunicare preia aproape integral mijloacele de argumentare retorică, după cum lesne ne putem da seama citind un cuprins al unei lucrări în domeniu.

La reînvierea retoricii, ce a avut loc odată cu apariția lucrării *Traité de l'argumentation*, autori Chaïm Perelman și Lucie Olbrechts-Tyteca, exista totuși o problemă: „moștenirea grea” lăsată de cei ce au inițiat această disciplină, anume sofiștii antici, cu toată reabilitarea făcută de Aristotel care o punea pe baze logice, etice și emoționale pozitive. Termenul „retoric” a căpătat de-a lungul timpului o conotație negativă. Atunci când, cel puțin în zilele noastre, spunem despre un discurs sau despre o simplă argumentare că sunt pur retorice, avem ca înțeles faptul că ele sunt fie sofistice (cel puțin logica așa numește unele mijloace de argumentare eronate, îndeosebi pe cele cu încărcături emoționale), fie vorbe spuse în vânt, probleme puse pentru a se evapora oricum, fie vorbe aruncate pentru a stârni emoții în rândul auditoriului. Deși autorii pomeniți mai sus vorbesc explicit despre o „neoretorică", ei au prudența, credem că și din motivele expuse imediat mai sus, de a-și numi lucrarea *Tratat de argumentare*. Neoretorica a avut un succes formidabil încă de la apariția acestei lucrări, așa încât retorica a ajuns nu doar disciplină de studiu în universități, dar a fost preluată rapid de cei interesați să scape de corvoada respectării exigențelor logicii, cum ar fi cei din domeniul comunicării sau al publicității. După *Tratatul*... lui Perelman și Tyteca, argumentarea ca domeniu se identifică deseori cu retorica (cel puțin în filosofia continentală), având cam aceeași problematică de dezbătut (argumentarea preluând temele propuse de Perelman și Tyteca), ba chiar este redusă la o parte a retoricii[1]; separate sau nu de către cei implicați, ele stau totuși sub aceeași umbrelă: „Domeniul de cercetări și disciplina de învățământ numite, alternativ, Teoria argumentării, Neoretorică, Logică neformală sau Gândire critică își au începuturile la mijlocul secolului trecut, iar inițiatorii lor le-au conturat profilul prin raportare explicită la unele discipline cu o îndelungată istorie, cum sunt logica și retorica"[2].

Inducția devine predominantă în argumentarea retorică, unde „domeniul argumentării este cel al verosimilului, al plauzibilului, al probabilului, în măsura în care acesta scapă certitudinii calculului"[3]. În același timp, se impune separația, ruptura de modul de gândire cartezian asupra „rațiunii și raționamentului ce a marcat filosofia occidentală în ultimele trei secole": „(...) concepția exprimată limpede de către Descartes în prima parte a *Discursului despre metodă* era de a menține «drept fals tot ce nu era decât verosimil». El este cel care, făcând din evidență marca rațiunii, nu a vrut să considere ca raționale decât demonstrațiile care, pornind de la idei clare și distincte, propagau, cu ajutorul dovezilor apodictice, evidența axiomelor către toate teoremele"[4]. Argumentarea, în sensul indicat de Perelman și Tyteca, este în afara demonstrației, a legăturilor necesare dintre idei: „Natura însăși a deliberării și a argumentării se opune necesității și evidenței, căci nu se deliberează acolo unde soluția e necesară și nu se argumentează contra evidenței"[5]. Și, cum obiectul teoriei argumentării este „studiul tehnicilor discursive ce permit a provoca sau a crește adeziunea spiritelor la tezele ce le sunt prezentate cu asentimentul lor"[6], procedeul inductiv (cum îl numim în logică) trebuie să capete o importanță cuvenită în disciplina retoricii. Desigur,

[1] Michel Meyer, *Qu'est-ce l'argumentation*, Librairie philosophique J. Vrin, Paris, 2008, p. 13–14.

[2] Dragan Stoianovici, *Argumentare și gândire critică*, Editura Universității din București, 2005, p. 13.

[3] Chaïm Perelman, Lucie Olbrechts-Tyteca, *Traité de l'argumentation*, Editions de l'Université de Bruxelles, 2008, p. 1.

[4] *Ibidem*, p. 1–2.

[5] *Ibidem*, p. 1.

[6] *Ibidem*, p. 5.

concepția carteziană conform căreia tot ceea ce este doar verosimil este fals (nu perfect evident și clar) merita criticată, dar a te separa de unele mijloace sigure ale demonstrației logic-deductive pare a fi greșit, mai ales că și acestea au forța lor de convingere a auditoriului, conform intențiilor declarate ale retoricii.

Neoretorica nu se separă total de „formal”, totuși. O serie de tehnici argumentative vor fi introduse de Perelman și Tyteca sub numele de argumente cvasilogice, argumente *doar* „comparabile” cu cele formale, logice sau matematice[7]. Deși este vorba despre utilizarea unor raporturi din logică sau matematică (precum tranzitivitatea, identitatea totală sau parțială, contradicția/incompatibilitatea, raportul parte-întreg), ele au doar o „aparență demonstrativă” obținută doar în urma unui efort de reducere sau precizare; o simplă analiză va face diferența între aceste argumente și demonstrațiile formale, deci ele ar purta pe bună dreptate denumirea de cvasilogice. De exemplu, în argumentele „Compania X are prețuri mai mici decât compania Y, care, la rândul ei, are prețuri mai convenabile decât compania Z, deci compania X este un partener mai interesant decât Z” sau „Prietenii prietenilor noștri sunt prietenii noștri”, putem invoca regula matematică a tranzitivității ca bază de raționare, dar a utiliza conectori logico-matematici precum „egalitatea” pentru relația nonformală de „prietenie”, de pildă, ar fi abuziv[8].

Retorica nouă are pretenția unei inovații în argumentare în genere și a impus o terminologie nouă, pe lângă cea din retorica veche, deși mare parte din terminologia logică putea servi la fel de bine; probabil de aceea evită de cele mai multe ori să folosească termenul de „inducție”, consacrat din logică, deși majoritatea tehnicilor de argumentare propuse sunt inductive.

2.2. INDUCȚIA ÎN RETORICĂ LA ARISTOTEL

Retorica, arta persuasiunii, apare în Grecia veche ca răspuns al unei nevoi sociale legate de discursul public (îndeosebi de discursul politic și de cel juridic). Sofiștii înțeleg această nevoie, așa încât ei devin exponenții folosirii cuvântului convingător, devin cumva, în acest sens, un produs al epocii lor[9]. Însă, din ce știm în urma mărturiilor unor contemporani sau istorici ai filosofiei, întrucât nu au rămas de la sofiști decât fragmente, ei nu au dezvoltat o știință teoretică a retoricii și nici nu au precizat prea multe mijloace sau procedee de obținere a convingerii, deci cu atât mai puțin putem vorbi despre deducție sau inducție ca eventuale suporturi ale argumentării lor. Un lucru e sigur, conform comentatorilor (dintre care se remarcă Platon și Aristotel): urmăreau un principiu argumentativ ce poate fi redat prin celebra teză a lui Protagoras „Asupra oricărei teme se pot susține două argumente contrare unul altuia”. De aici decurge așa-numitul relativism sofist, valabil în orice împrejurare, transformat în principiu de argumentare: „Adevărul e individual și trecător, nu universal și etern, căci pentru orice om adevărul este doar

[7] *Ibidem*, p. 259.
[8] Jean-Jacques Robrieux, *Retorică și argumentare*, Timișoara, 2000, p. 58.
[9] W.K.C. Guthrie, *Sofiștii*, Editura Humanitas, București, 1999, p. 25.

acela de care poate fi convins, și e posibil să convingi pe oricine că negrul este alb. Există convingere, dar niciodată cunoaștere”[10].

După cum se știe, Platon și Aristotel vor protesta împotriva acestui fel de a vedea lucrurile în genere și împotriva unui asemenea mod de a argumenta în particular. Însă numai Aristotel, înțelegând importanța artei convingerii în societate, va încerca să reabiliteze această disciplină, punând-o și pe baze etice și logice. Platon se va remarca doar prin respingerea retoricii, contestându-i statutul de știință, utilitatea practică sau moralitatea demersului[11].

Retorica lui Aristotel este mai „modestă”, se situează cumva la mijloc, între „totul” sofiștilor și „nimicul” lui Platon[12]. Trei condiții stau la baza retoricii aristotelice: caracterul (retorul trebuie să aibă „caracter”, să dovedească că este o persoană morală), patosul (retorul trebuie să fie în stare să influențeze emoțional auditoriul), discursul (retorul trebuie să folosească un discurs impregnat de raționalitate). Conform celei de a treia condiții, Aristotel introduce raționalitatea în discursul retoric, în varianta numită de el dialectică, concepută ca o artă a probabilului, urmând însă strict regulile logicii.

Stagiritul propune două modele argumentative în retorică (s-a spus, de altfel, că aceasta ar fi principala sa contribuție la reabilitarea retoricii – „detalierea metodelor ei particulare de argumentare logică”[13]): exemplul și entimema.

Exemplul corespunde inducției din logică: se obține o concluzie pornind de la o serie de cazuri înrudite (enunțuri despre anumite fapte similare, cum am spune noi astăzi) ce susțin această concluzie: „Am spus că exemplul este o inducție și, de asemenea, la care feluri de obiecte este referitoare această inducție; exemplul nu este nici ca partea față de întreg, nici ca întregul față de parte, nici ca întregul față de întreg, ci doar ca partea față de parte, ca asemănătorul față de asemănător, dar este exemplu numai când ambii termeni aparțin aceluiași gen, însă unul fiind mai cunoscut decât celălalt; de pildă, că Dionysios complotează pentru a ajunge tiran, deoarece pretinde o gardă de corp; odinioară, și Pisistrate, având aceeași intenție, a solicitat o gardă și, după ce a obținut-o, a devenit tiran și la fel și Theagenes, în Megara; și de asemenea, atâția alții pe care îi cunoaștem devin un exemplu pentru cazul lui Dionysios, despre care încă nu știm dacă pentru acest motiv cere o gardă. Însă toate aceste cazuri particulare intră sub aceeași concluzie generală, anume că cel care conspiră în vederea tiraniei solicită o gardă”[14].

Exemplul este de două feluri[15]: (1) asupra faptelor, evenimentelor anterioare și (2) asupra faptelor inventate, produse ale gândirii noastre; cele din urmă sunt fie parabole, fie fabule. Exemplul bazat pe fapte reale trecute este ilustrat astfel de Aristotel: „(...) faptul de a menționa acțiuni de acest fel, dacă cineva ar spune că este nevoie de pregătiri împotriva regelui și a nu-i permite să aservească Egiptul; căci

---

[10] *Ibidem*, p. 47.

[11] Vasile Florescu, *Retorica și neoretorica*, Editura Academiei Române, București, 1973, p. 71–73.

[12] Olivier Reboul, *Introduction á la rhétorique. Théorie et pratique*, PUF, Paris, 2014, p. 35–36.

[13] Jennifer Richards, *Rhetoric*, Routledge, London, New York, 2008, p. 33.

[14] Aristotel, *Retorica*, 1357 b.

[15] Idem, *Retorica*, 1393 a – b.