

LOGICA RELAȚIILOR ȘI FUNCȚIA STRUCTURAL-SIMBOLICĂ

IOAN BIRIȘ

Universitatea de Vest din Timișoara

THE LOGIC OF RELATIONS AND THE STRUCTURAL-SIMBOLIC FUNCTION

Abstract. The present study starts from the assumption that today's "standard logic" mainly comprises propositional calculus, predicate calculus, and relational calculus. Of these, the logic of relations constitutes the most important and complex part. For a good understanding of the logic of relations, the author believes that they should be specified as nuanced as possible: the relationship of belonging; the inclusion relationship; set-theoretic definition of relations; the extension of the mathematical function to the structural-symbolic function. Following these aspects, the study highlights the bifurcation of research since the beginning of the 20th century: a direction (represented especially by Russell) that advances towards perfecting the logical calculation of relations; another direction (represented especially by Cassirer) which tries to extend the concept of mathematical function to a concept of maximum generality, namely to the concept of symbolic function.

Keywords: logic of relations, membership, inclusion, mathematical function, symbolic function.

În ultima vreme, întâlnim tot mai mulți logicieni care vorbesc despre „logica standard”¹, adică despre disciplina logicii, astăzi maturizată, care cuprinde în esență – în linia Frege-Russell – calculul propozițiilor, calculul predicatelor și calculul relațiilor. E vorba de logica nouă care, începând cu Frege și continuând cu Russell și discipolii acestora, să ajungă, progresiv, pe parcursul secolului XX să fie simbolică, formalizată și axiomatizată.

De regulă, calculul propozițiilor este considerat cel mai simplu dintre calculele logice, el având ca obiect studiul relațiilor logice dintre propoziții, astfel încât să poată oferi reguli de inferență care să garanteze în cele din urmă obținerea de raționamente valide. Celelalte două calcule, cel al predicatelor și al relațiilor, se bazează pe acesta, presupunându-l.

Există însă raționamente care depind nu doar de înlănțuirea propozițiilor, ci și de structura internă a acestora, fiind nevoie, cu alte cuvinte, și de un calcul al predicatelor. Când spunem, de exemplu, că „toți Oamenii sunt Muritori” va trebui să

¹ Denis Vernant, *Introduction à la logique standard*, 2^e édition, Paris, Flammarion, 2011.

distingem în structura internă a acestei propoziții o variabilă de indivizi (în acest caz „Oamenii”) și un predicat (în exemplul nostru „Muritor”), predicat care, de la Frege încoace, este considerat un concept sau o funcție propozițională, putând astfel nota $O(x)$ (x este om) și $M(x)$ (x este muritor). Prelungind calculul propozițiilor, noul calcul – cel al predicatelor – îl adâncește totodată pe cel dintâi, sporindu-i fecunditatea.

Referitor la calculul relațiilor, acesta constituie o extensie a calculului predicatelor monadice, în condițiile în care funcția propozițională permite unificarea analizei propozițiilor predicative – ca funcții cu o variabilă de indivizi $F(x)$ – cu analiza propozițiilor relaționale, în calitate de funcții cu două, trei..., respectiv n variabile de indivizi: $F(x, y, \dots, n)$. Există însă cel puțin trei motive² să diferențiem net între calculul relațiilor și acela al predicatelor: a) pedagogic, calculul relațiilor este mai complex decât cel al predicatelor, presupunând combinarea mai multor cuantificatori; b) tehnic și filosofic, acest calcul reprezintă originalitatea majoră a logicii contemporane față de cea tradițională, aristotelică, oferind un instrument de analiză care face posibilă aplicarea logicii în matematici și implementarea sa informatică; c) metalogic, deși calculul relațiilor este mai complex și mai puternic decât cel al predicatelor, din păcate el nu este și „mai decidabil”, căci nu dispunem de nicio procedură algoritmică în stare să decidă în mod sigur cu privire la validitatea unora din formulele sale.

După cum s-a observat adesea, logica formală a relațiilor reprezintă aria de cercetări dintre cele mai importante din logica matematică³, tradiția sa fiind marcată îndeosebi de către De Morgan, Peirce și Russell. Istoric vorbind, Augustus de Morgan arătase în lucrarea sa *Formal Logic* (1847) și într-un memoriu ulterior (1859) că doctrina tradițională a silogismului „este doar un caz particular al teoriei compunerii relațiilor”⁴. Iar Peirce, în mai multe memorii scrise între anii 1870 și 1903, a creat un simbolism pentru întreaga logică, respectiv un fel de algebră generală a logicii (dar nu în sensul lui Boole)⁵. La rândul lui, Bertrand Russell, în mărturisirile despre devenirea sa filosofică, amintește că, după entuziasmul pe care l-a avut în tinerețe pentru filosofia lui Hegel, ajunge la un moment dat, sub influența lui G.I. Moore, să respingă atât concepția lui Hegel, cât și pe aceea a lui Kant. Motivul? Interesul lui Russell pentru logica pură l-a condus la convingerea că problema cea mai importantă pentru logică și pentru filosofie este ceea ce el a numit „doctrina relațiilor externe”⁶.

Această „doctrină” are menirea de a combate logica tradițională bazată pe „doctrina relațiilor interne”. Ce înseamnă aceasta? Explicația constă în următoarele:

² *Ibidem*, pp. 243–244.

³ J.M. Bochenski, *Formale Logik*, dritte auflage, Verlag Karl Alber, Freiburg/München, 1970, p. 434.

⁴ William Kneale, Martha Kneale, *Dezvoltarea logicii*, vol. 2, traducere de Sorin Vieru și Ușer Morgenstern, Cluj-Napoca, Editura Dacia, 1975, p. 57.

⁵ *Ibidem*, p. 61.

⁶ Bertrand Russell, *Histoire de mes idées philosophiques*, traduit de l'anglais par Georges Auclair, Paris, Gallimard, 1961, p. 12.

silogistica tradițională este fondată pe o schemă unică de analiză a propozițiilor, respectiv pe schema subiect/copulă/predicat⁷; această schemă induce două erori majore în filosofie: a) încrederea într-un paralelism gramatical, logică și metafizică; b) neglijarea specificității relațiilor. Consecința a primei erori, se consideră că subiectului logic îi corespunde un substantiv gramatical și reprezintă o substanță reală (după cum teoretiza Aristotel în *Categorii*); copula corespunde verbului „a fi” și reprezintă unica relație de *inerență*, adică relația *internă* necesară de la subiect la predicat (*predicatum inest subjecto*); iar predicatul logic va corespunde atributului gramatical și reprezintă accidentalul care caracterizează subiectul.

În ceea ce privește a doua eroare, schema subiect/copulă/predicat impunea reducerea propozițiilor relaționale la propoziții predicative. Ceea ce Russell numește „doctrina relațiilor interne” consta practic, până în secolul XX, în admiterea acestei relații ca fiind singura care dă seamă de inerența predicatului la subiect⁸. Astfel, logica tradițională nu dispunea de mijloace adecvate pentru a trata corect relațiile. Este motivul pentru care Frege va înlocui schema subiect/copulă/predicat cu una funcțională (care este aplicabilă și propozițiilor predicative în sens vechi). Iar pentru Russell, credința că orice relație este fondată în natura termenilor puși în relație (ca în schema subiect/copulă/predicat) constituie „*axioma relațiilor interne*”⁹, axiomă care echivalează cu teoria monistă a adevărului. Dar dacă această axiomă ar fi adevărată, continuă Russell, ar însemna că nu există diversitate, ceea ce ne conduce la ipoteza monismului ontologic¹⁰ și la negarea tuturor relațiilor. Concluzia logicianului britanic va fi aceea că o relație nu este reductibilă¹¹ la atributele termenilor aflați în relație, aspect observabil mai ales în cazul relațiilor asimetrice.

Aplicarea schemei funcționale (propusă de către Frege) ne atrage imediat atenția asupra deosebirii dintre o propoziție predicativă (în sens vechi), care poate fi exprimată și ca funcție $F(x)$ (de exemplu, „ x este o femeie”), și o propoziție relațională diadică $A(x,y)$ (precum în propoziția „ x iubește pe y ”), unde avem de-a face cu predicate cu două locuri și care au statutul de „relații externe”¹² ce nu depind de termenii lor (în exemplul dat relația „iubește” putându-se aplica unor termeni extrem de variați).

Problema dificilă pentru logica tradițională este aceea a copulei care angajează orice enunț în termeni existențiali. Folosind schema „S este P”, logicianul tradițional presupune că avem un subiect „S” (S este un individual) care posedă (sau „este”) predicatul „P”. Pe această presupunere sunt autorizate subalternările dintre judecățile de la A la I din pătratul logic sau de la E la O. Numai că, începând cu secolul al XIX-lea, logicieni precum Boole, Brentano, Peirce și Venn au dovedit că unele silogisme subalterne nu sunt concludente¹³. În cele din urmă au fost separate

⁷ Vezi și Denis Vernant, *Introduction à la logique standard*, p. 131.

⁸ *Ibidem*, p. 133.

⁹ Bertrand Russell, *Histoire de mes idées philosophiques*, p. 69.

¹⁰ *Ibidem*, p. 71.

¹¹ *Ibidem*, p. 74.

¹² Denis Vernant, *Introduction à la logique standard*, p. 133.

¹³ *Ibidem*, p. 152.

diferitele funcții ale copulei, insistându-se în mod deosebit pe deosebirile dintre funcția de atribuire de existență și funcția de incluziune a proprietăților. Astfel, s-au impus următoarele două consecințe¹⁴: 1) separarea unor probleme atât de diferite cum sunt raportul de incluziune între proprietăți și angajamentul existențial cu privire la un individ; 2) autorizarea unor raționamente asupra unor obiecte care nu există în mod necesar (de pildă, ne spune Denis Vernant, principiul inerției – capital pentru teoria fizică – nu presupune la modul riguros că ar exista efectiv un anumit obiect).

Cele două consecințe și-au găsit teoretizarea eficientă mai ales în perspectiva matematică. Strategia lui Frege (încă din 1879, în *Begriffsschrift*) a fost aceea de a extinde conceptul matematic de funcție din sfera calculului numeric în sfera calculului propozițional (trecând, în termenii lui Russell, de la axioma relațiilor interne la cea a relațiilor externe). Totodată, teoretizarea în perspectiva relațiilor a recurs masiv la teoria matematică a mulțimilor, formulată de către Cantor. Dar au fost și filosofi care, asemenea celor din Școala de la Marburg, fără a se adânci în aspectele tehnice ale noii logici, au urmărit întreg acest proces în perspectiva mai largă a epistemologiei și filosofiei științei. În rândurile de față, după ce vom prezenta succint principalele liniamente în care se desfășoară logica relațiilor, ne propunem să urmărim, în esență, deschiderile pe care le propune Ernst Cassirer în direcția logica relațiilor – funcția structural-simbolică în cunoaștere și cultură.

1. RELAȚIA DE ELEMENT AL UNUI SET (SAU RELAȚIA DE APARTENENȚĂ)

S-a făcut mereu observația că termenii principali din teoria lui Cantor a mulțimilor sunt foarte vagi, lăsând loc unor multiple interpretări. În centrul dezbaterilor s-a aflat adesea chiar conceptul de „mulțime”. Simplu spus, prin noțiunea de mulțime se înțelege o colecție de obiecte, de entități de orice fel. Există multe sinonime pentru acest termen, așa cum sunt cele de „clasă”¹⁵, „colecție”, „set”, „agregat” etc., sinonime ce pot fi considerate drept o varietate literară¹⁶. În timp, mai ales în lucrările occidentale, s-a impus termenul de „set”, pe care îl vom utiliza și noi în continuare.

Deși conceptele din teoria seturilor sunt logic mai simple sub multe aspecte decât cele ale aritmeticii – subliniază Patrick Suppes –, ele nu sunt prea familiare. În această situație ne aflăm chiar cu noțiunea de „element” al unui set, care se exprimă prin relația de apartenență (simbolizată prin semnul „ \in ”). Spunem despre

¹⁴ *Ibidem*, p. 154.

¹⁵ În general, matematicienii folosesc termenul de „mulțime”, iar logicienii termenul de „clasă”. De obicei, elementele mulțimii sunt considerate numerele, iar elementele claselor pot fi orice entități. Vezi și Marc Peeters, Sébastien Richard, *Logique formelle*, Éditions Mardaga, Wavre, 2009, p. 149.

¹⁶ Patrick Suppes, *Introduction to logic*, Van Nostrand Reinhold Company, New York/Cincinnati/Toronto/London/Melbourne, 1957, p. 177. Menționăm că această lucrare a lui Suppes este una dintre cele mai clare prezentări a logicii noi, motiv pentru care o utilizăm în mod predilect în cele ce urmează.

elementele unui set că ele aparțin setului. Din păcate, în mod tradițional nu se făcea o distincție clară între „apartenență” și „incluziune” (chiar la Leibniz cele două noțiuni fiind uneori confundate). La o primă privire, această relație pare doar extensivă, dar potențialul său explicativ ține mai degrabă de dimensiunea comprehensivă¹⁷.

Clarificarea noțiunii de apartenență este necesară în conexiune cu teoria logică a inferenței. De exemplu, dacă avem în vedere propoziția „Elisabeta a doua este o femeie”, conform logicii tradiționale, putem spune că e vorba despre un enunț de predicatie. Dar, în logica nouă, verbul „este” din această propoziție are semnificația de a sublinia că „Elisabeta a doua” este un element (un membru) al setului (mulțimii) de femei. Afirmăm, în consecință, că un set este complet determinat¹⁸ atunci când sunt date toate elementele sale. Iar dacă două seturi, A și B, au exact aceleași elemente, vom avea relația de egalitate: $A = B$.

Relația de mai sus (în fapt o identitate) implică *principiul extensionalității* pentru seturi, care poate fi exprimat simbolic în felul următor:

$$A = B \leftrightarrow (x) (x \in A \leftrightarrow x \in B).$$

Luat în înțelesul de valoare de adevăr a unei propoziții complexe, acest principiu exprimă faptul că valoarea de adevăr a propoziției complexe depinde în mod exclusiv de valorile de adevăr ale propozițiilor simple pe care le conține. Spunem atunci că respectivul context propozițional este extensional, principiul care-i poartă numele autorizând două reguli de calcul: substituția și înlocuirea¹⁹. Vorbim de prima regulă când avem o lege în cadrul căreia, după ce substituim fiecare apariție a unei propoziții simple (p) (propoziție validă), vom obține diferite instanțe ale acelei legi. Și folosim operația de înlocuire când procedăm la substituiri punctuale de propoziții echivalente.

Când definim seturile, suntem obligați să avem simultan în vedere extensiunea și intensiunea acestora. Pe latură extensională, lucrurile sunt relativ simple câtă vreme putem enumera elementele unui set, de exemplu, putem avea setul x care conține elementele a , b și c și care va fi exprimat simbolic astfel: $x = \{a, b, c\}$. Cu precizarea că ordinea elementelor nu are importanță aici. Marea problemă a dimensiunii extensionale apare în momentul în care numărul elementelor este infinit, caz în care definirea extensională a setului devine imposibilă. În astfel de cazuri trebuie să facem apel la definirea prin intensiune (sau prin comprehensiune), adică să definim un set cu ajutorul unei proprietăți. Respectiva proprietate este exprimată cu ajutorul unei funcții propoziționale²⁰ în maniera următoare: $x = \{x: P(x)\}$. Așadar, vom putea spune că un element a aparține setului F dacă și numai dacă satisface $F(x)$, adică: $a \in \{x: F(x)\} =_{df} F(a)$.

¹⁷ Am insistat asupra acestor aspecte îndeosebi în tratarea categoriei de „totalitate”, în Ioan Biriș, *Totalitate, sistem, holon*, ediția a doua, completată, Timișoara, Editura Universității de Vest, 2007, p. 85 și urm.

¹⁸ Patrick Suppes, *Introduction to logic*, p. 178.

¹⁹ Denis Vernant, *Introduction à la logique standard*, p. 48.

²⁰ Marc Peeters, Sébastien Richard, *Logique formelle*, p. 150.

Un avantaj al definiției pe latură intensională va fi acela că vom putea vorbi de seturi și atunci când nu se cunosc toate elementele acestora, precum și de seturi infinite. De asemenea, s-a convenit să se accepte și setul vid, notat de obicei cu A (notația grecească „lambda”). În alte cuvinte, „ A ” este setul astfel încât, pentru orice x , x nu aparține de A . Sau exprimat simbolic: $(x) \neg (x \in A)$, respectiv $x(x \notin A)$.

Cum am precizat mai înainte, într-un set nu contează ordinea elementelor. Dacă luăm ca exemplu setul primilor întregi pozitivi, $\{1, 3, 5\}$, va fi valabilă următoarea egalitate: $\{1, 3, 5\} = \{1, 5, 3\}$. Ceea ce înseamnă că dacă două seturi au aceleași elemente, ordinea elementelor în cadrul seturilor nu are importanță. În plus, dacă un element se repetă în cadrul unui set, acel element se ia o singură dată: $\{1, 1, 3, 5\} = \{1, 3, 5\}$. Totodată, membrii unui set pot fi ei înșiși seturi, precum în exemplul următor²¹: $\{\{1, 2\}, \{3, 4\}, \{5, 6\}\}$. Și, aspect deosebit de important, un set cu un membru nu este identic cu acel membru. De pildă, $\{\{1, 2\}\}$ nu este identic cu setul $\{1, 2\}$, întrucât setul $\{1, 2\}$ conține doi membri, în timp ce $\{\{1, 2\}\}$ are doar un membru.

În mod obișnuit, atrage atenția Patrick Suppes, un set nu este element al lui însuși²². Aceasta ilustrează o diferență esențială între relația de identitate și relația de apartenență (diferență adesea nesensizată de logica tradițională atunci când axioma relațiilor interne poziționează elementul într-o situație de angajament existențial²³), căci dacă o identitate precum $A = A$ este totdeauna adevărată, o relație de apartenență ca $A \in A$ este de obicei falsă²⁴, relația de apartenență nefiind simetrică (și, desigur, nici tranzitivă).

2. RELAȚIA DE INCLUZIUNE

Nu doar relația de identitate și relația de apartenență trebuie diferențiate foarte nuanțat, ci în egală măsură e nevoie să distingem și relația de incluziune. Aceste deosebiri pot fi deduse foarte simplu – afirmă Patrick Suppes – din proprietățile de simetrie și tranzitivitate²⁵. Astfel, relația de incluziune nu este la fel cu relația de identitate, întrucât identitatea este simetrică, în timp ce incluziunea nu este simetrică. Apoi, relația de incluziune nu este totuna cu aceea de apartenență deoarece incluziunea este tranzitivă, pe când relația de apartenență nu este tranzitivă. Și, cum am văzut, nici identitatea nu trebuie confundată cu apartenența, căci identitatea este simultan simetrică și tranzitivă, iar apartenența nu este nici simetrică, nici tranzitivă. Dificultățile de diferențiere între aceste trei relații diferite provin în principal din faptul că, în limbajul comun, toate trei sunt exprimate prin verbul „a fi”.

²¹ Patrick Suppes, *Introduction to logic*, p. 179.

²² *Ibidem*, p. 180.

²³ Dar să nu uităm că – așa cum sublinia și Carnap – problemele logice nu se referă direct la obiecte (la elemente ontice), ci numai la termenii, la expresiile și teoriile care vizează respectivele obiecte.

²⁴ Patrick Suppes, *Introduction to logic*, p. 180.

²⁵ *Ibidem*, p. 181.

Vorbind acum strict de relația de incluziune, putem spune că dacă A și B sunt seturi, astfel încât fiecare element al lui A este în același timp și element al lui B , atunci A este un sub-set al lui B sau spunem că A este inclus în B (simbolic: „ \subseteq ”). Respectiv:

$$A \subseteq B \leftrightarrow (\forall x) (x \in A \rightarrow x \in B).$$

Firește, când $A \subseteq B$ există și posibilitatea ca $A = B$, precum și posibilitatea ca $B \subseteq A$, cele două seturi având aceleași elemente, fiind astfel identice. Dar când $A \subseteq B$ și $A \neq B$, A va fi numit sub-set propriu al lui B (folosindu-se simbolul „ \subset ”). Sau scris simbolic:

$$A \subset B \leftrightarrow A \subseteq B \wedge A \neq B.$$

În logica modernă întâlnim o preocupare constantă de a modela limbajele formale, context în care astfel de limbaje sunt definite set-teoretic, seturile fiind utilizate ca instrumente²⁶ principale în acest scop. Operațiile cu seturi pot fi foarte variate, așa cum sunt cele de reuniune și de intersecție, dar și multe altele asupra cărora nu este cazul să ne oprim aici. Între aceste operații este foarte importantă relația de sub-set (incluziunea). Dar în perspectiva logicii relațiilor se impune acum – pentru a nuanța extensiunea implicată prin relația de sub-set – să introducem o noțiune nouă, anume noțiunea de „cuplu ordonat”.

Am văzut că pentru identificarea, respectiv pentru definirea unui set, ordinea elementelor este indiferentă. Când avem, de exemplu, un set format doar din două elemente, să zicem $\{a, b\}$, ordinea acestora nu contează, așa încât $\{a, b\} = \{b, a\}$. În astfel de situații, vorbim de „pereche de elemente” (unde ordinea este indiferentă). Cu totul altceva este „cuplul ordonat”, deoarece această noțiune introduce o anumită ordine între elemente: $\langle a, b \rangle \neq \langle b, a \rangle$. Iar în momentul în care intervine o anumită ordine între elemente totul capătă un anumit sens, astfel că $x R y$ (x se află în relația R cu y) reprezintă o relație diferită de $y R x$. Așadar, dacă se dă un domeniu non-vid de elemente (sau de indivizi) $D_i = \{a, b, c, d, \dots\}$, vom putea defini în extensiune orice relație diadică drept setul de cupluri de elemente care satisfac relația²⁷:

$$R(x,y) =_{df} \{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, d \rangle, \dots \}.$$

Însă trebuie făcută observația că, în cazul cuplurilor ordonate, identitatea este mai strictă²⁸ decât aceea din două seturi identice care au aceleași elemente. Astfel, putem spune că două cupluri ordonate sunt identice numai când primul element al unuia din cupluri este identic cu primul element al celui de-al doilea cuplu, iar al doilea element din primul cuplu este identic cu al doilea element din cel de-al doilea cuplu, precum în expresia următoare:

$$\langle x, y \rangle = \langle u, v \rangle \leftrightarrow (x = u \wedge y = v).$$

²⁶ Jc Beall, *Logic*, London/New York, Routledge, 2010, p. 36.

²⁷ Denis Vernant, *Introduction à la logique standard*, p. 250.

²⁸ Patrick Suppes, *Introduction to logic*, p. 208.

3. DEFINIREA RELAȚIILOR

Până aici am utilizat mereu termenul de „relație”, dar fără a-l defini. Am putut observa că în perspectivă extensională o relație diadică este un set de cupluri. Apoi, întrucât cuplul ordonat induce automat un sens, înseamnă că am trecut în registru intensional, registru în care sensul sau conceptul caracterizează relația. Orice relație diadică poate fi exprimată sub forma $x R y$ (x se află în relația R cu y). Dar relația „ R ” se poate prefixa²⁹, exprimând-o astfel: $R(x,y)$. Sub această formă $R(x,y)$ spunem că e vorba de o funcție propozițională standard cu două variabile.

Astfel, la modul general, o relație binară poate fi definită ca un *set de cupluri ordonate*³⁰. Cu observația că doar cuplul ordonat, luat în sine, nu reprezintă o relație, ci doar setul care conține acel cuplu ordonat este o relație. De exemplu, subliniază Patrick Suppes, cuplul ordonat $\langle \text{Thomas d'Aquino}, 4 \rangle$ nu este o relație, pe când setul $\{\langle \text{Thomas d'Aquino}, 4 \rangle\}$ este o relație. La fel cum nici expresia $\{\{\langle \text{Thomas d'Aquino}, 4 \rangle\}\}$ nu este o relație, deoarece membrul setului este el însuși set, nu simplu cuplu ordonat.

Putem spune, așadar, că, dacă R este o relație binară, atunci domeniul lui R – scris simbolic $D(R)$ – este setul tuturor entităților x , astfel încât pentru unii y vom avea: $\langle x, y \rangle \in R$. Iar codomeniul – $C(R)$ – al unei relații binare reprezintă setul tuturor entităților y , astfel încât, pentru unii x avem: $\langle x, y \rangle \in R$. Apoi, luarea împreună a domeniului și codomeniului reprezintă câmpul relației binare. Noțiunea de „câmp” – apreciază Russell încă din lucrarea *Principiile matematicii* (1903) – este o noțiune extrem de importantă³¹ în perspectiva analizei seriilor.

Cum s-a spus deja, când relația R este prefixată, respectiv exprimată în forma $R(x,y)$, ea reprezintă o funcție propozițională. Calculul acestor funcții a pornit de la funcțiile numerice având forma $y = f(x)$, unde întâlnim două ansambluri numerice, respectiv unul al valorilor lui y și celălalt al argumentelor lui x . Dar dezvoltarea logicii presupune să trecem de la funcțiile matematice la funcțiile pur logice, în cadrul cărora argumentele și valorile nu mai sunt numere³². Frege a propus ca această trecere să se facă în doi timpi: 1) egalitățile aritmetice să fie considerate funcții de un gen nou; de exemplu, egalitatea $x^2 = 1$ să fie considerată o funcție a numărului x ales ca argument care poate lua ca valoare nu un număr, ci una din valorile de adevăr – „adevărat” sau „fals” – (de pildă, dacă $x = -1$, atunci $y = A$, adică adevărat ș.a.m.d.); această funcție poate îmbrăca o expresie lingvistică³³: „pătratul lui x care este egal cu 1”; 2) a doua etapă constă în înlocuirea variabilei numerice cu o variabilă de obiect oarecare, obținându-se o schemă de importanță universală, anume se obține un concept

²⁹ Denis Vernant, *Introduction à la logique standard*, p. 247.

³⁰ Patrick Suppes, *Introduction to logic*, p. 211.

³¹ Bertrand Russell, *Principles of Mathematics*, London/New York, Routledge, 2010, § 96, p. 98.

³² Denis Vernant, *Introduction à la logique standard*, p. 160.

³³ *Ibidem*, p. 161.

considerat ca o funcție care admite drept argumente obiecte (planeta „Venus”, în exemplele lui Frege), iar ca valori admite valorile de adevăr. În acest fel, se poate construi cu conceptele un calcul logic propriu, care să nu mai fie restrâns la obiecte particulare, așa cum sunt numerele, ci are o aplicație universală.

Prin această formalizare, pe urmele lui Russell, nu se va mai vorbi de concept, ci de funcție propozițională, respectiv de o funcție care generează propoziții³⁴. Se impune însă următoarea nuanțare. Dacă avem, să spunem, o propoziție singulară $F(a)$, unde a este o constantă de individ (așa cum e numele propriu al unui individ singular din domeniul dat de indivizi), această propoziție va avea o valoare de adevăr. Însă dacă substituim constanta a cu o variabilă de individ x , atunci se obține funcția propozițională $F(x)$, funcție care nu are valoare de adevăr, ea nefiind decât o schemă³⁵ cu rol de generare de propoziții.

Bertrand Russell era convins încă în 1903 – când publică *Principiile matematicii* – că, în raport cu calculul claselor, calculul relațiilor este un subiect mai modern³⁶. Nu este locul aici să intrăm în amănuntele acestui calcul³⁷. Să reținem doar că pentru Russell, așa cum precizează în continuare în paragraful amintit, studiul relațiilor constituie adevăratul subiect (*the true subject-matter*) pe care trebuie să-l discute matematicile, iar logica relațiilor are o legătură mai directă cu matematicile decât clasele sau propozițiile, întrucât orice expresie corectă teoretic și adecvată pentru adevărurile matematice este posibilă numai cu ajutorul relațiilor.

Avem nevoie, crede Russell, de o propoziție primitivă (nedemonstrabilă), astfel încât xRy să fie o propoziție pentru toate valorile lui x și y ³⁸. Drept urmare, în *Principia Mathematica*, este introdusă cu acest rol unica propoziție primitivă de calcul funcțional cu două variabile de indivizi în termenii următori³⁹: oricare ar fi argumentul posibil x și oricare ar fi argumentul posibil y , expresia $\varphi(x,y)$ este adevărată și implică enunțul corespondent cu x și y interschimbați. Așa se face că ideea de relație este introdusă în simbolismul logic⁴⁰ cu ajutorul noii scheme $R(x,y)$, unde primul termen x este referent, iar cel de-al doilea, y , este *relatum*-ul relației.

³⁴ *Ibidem*.

³⁵ *Ibidem*, p. 162.

³⁶ Bertrand Russell, *Principles of Mathematics*, §27, p. 23. Urmând analizele lui Russell, un autor ca Denis Vernant apreciază că acest calcul al relațiilor constituie, indiscutabil, „inovația cea mai semnificativă și decisivă a noii logici” (Denis Vernant, *Questions de logique et de philosophie*, Éditions Mimesis, Grenoble, 2018, p. 18).

³⁷ Amintim doar că în acest calcul sunt extrem de importante – nu doar logic, ci și filosofic – diferitele proprietăți ale relațiilor: reflexivitatea, ireflexivitatea, non-reflexivitatea, non-ireflexivitatea; simetria, asimetria, non-simetria, non-asimetria, antisimetria; tranzitivitatea, intranzitivitatea, non-tranzitivitatea, non-intranzitivitatea; conexitatea, densitatea și altele. Pentru amănunte pot fi consultate cu folos lucrări precum cele ale lui Theodor Bucher, *Einführung in die angewandte Logik*, Berlin/NewYork, Walter de Gruyter, 1987, îndeosebi capitolul 5, „Die Relationen”; sau Denis Vernant, *Introduction à la logique standard*, 2^e édition, Paris, Flammarion, 2011, în special Partie III, „Logique des relations”.

³⁸ Bertrand Russell, *Principles of Mathematics*, §28, p. 24.

³⁹ Alfred North Whitehead and Bertrand Russell, *Principia Mathematica*, volume I, Cambridge, Cambridge University Press, 1910, p. 157.

⁴⁰ Denis Vernant, *Questions de logique et de philosophie*, p. 88.

După cum am mai precizat, schema $R(x,y)$ posedă statutul logic de funcție propozițională cu două variabile de indivizi. Cele două variabile pot fi înlocuite cu valori de indivizi, iar elementul fix R reprezintă un concept relațional. Astfel, calculul relațiilor rămâne tributar⁴¹ ideilor de funcție, de variabilă și de satisfacere.

4. DE LA FUNCȚIA MATEMATICĂ LA FUNCȚIA STRUCTURAL-SIMBOLICĂ

Așa cum s-a remarcat adesea, Frege și-a construit logica pornind de la conceptul matematic de funcție, spre deosebire de Russell care a apelat masiv la ideile din geneza gramaticală (precum în teoretizarea claselor) și la analiza expresiilor și termenilor din limbajul comun. Cum el însuși mărturisește, predarea matematicii la Cambridge, când Russell se afla student, era destul de precară, matematicile fiind prezentate ca un ansamblu de artificii înșelătoare, ceea ce constituia o adevărată insultă⁴² la adresa inteligenței logice. În timpul studiilor continuate la Berlin, tânărul filosof și logician se va arăta, totuși, cât se poate de interesat de cercetările germane din matematicile pure, apoi de matematicile aplicate, inclusiv de posibilitățile de extindere a conceptului matematic de funcție.

Din păcate, ideea matematică de funcție n-a fost niciodată prea clară, fiind adesea utilizată în sensuri foarte diferite. Russell este conștient de această situație, atrăgând atenția că natura funcției nu este ceva ușor de descifrat. Căci, după cum se pare, caracteristica esențială a unei funcții este tocmai ambiguitatea⁴³. Și el ilustrează această situație făcând apel la legea identității în forma „A este A”. Dar care este obiectul acestei judecăți? E vorba aici, continuă Russell, de o instanță ambiguă, deoarece obiectul judecății este unul nedeterminat dintre valorile funcției „A este A”. Acest tip de ambiguitate, apreciază Russell, constituie esența unei funcții.

Când avem în vedere o formulă ca „ $\varphi(x)$ ” – atrage atenția Russell –, unde x nu este specificat, înseamnă că ne putem gândi la o valoare a funcției, dar la una care nu este definită. Aceasta se poate exprima „spunând că « $\varphi(x)$ » denotă ambiguu φa , φb , φc etc., unde φa , φb , φc etc. sunt valorile variate ale lui « $\varphi(x)$ »”⁴⁴. Comentând afirmația lui Russell, William și Martha Kneale subliniază că terminologia filosofului și logicianului britanic „este nefericită”, deoarece o funcție, întrucât nu este un semn, „nu poate denota nimic; și nici măcar despre o expresie funcțională, care într-adevăr este un semn, nu putem spune propriu-zis că denotă valorile funcției, fie ambiguu, fie neambiguu”⁴⁵.

Credem că este interesant să remarcăm acum faptul că, în același an 1910, când Russell și Whitehead publicau primul volum din *Principia Mathematica*,

⁴¹ *Ibidem*, p. 89.

⁴² Bertrand Russell, *Histoire de mes idées philosophiques*, p. 45.

⁴³ Alfred North Whitehead and Bertrand Russell, *Principia Mathematica*, volume I, p. 41.

⁴⁴ *Ibidem*.

⁴⁵ William Kneale, Martha Kneale, *Dezvoltarea logicii*, vol. 2, p. 293.

Ernst Cassirer publica lucrarea sa *Conceptul de substanță și conceptul de funcție*. Din păcate, nici neokantianul Cassirer nu-și propune să deslușească la modul explicit conceptul de funcție, deși îi acorda o importanță crucială pentru demersul său, utilizându-l contextual în înțelesuri diferite.

La fel ca în multe alte cazuri, apelul la conceptul de funcție s-a făcut și se face sistematic, în continuare, chiar dacă acel concept rămâne cât se poate de ambiguu. Extinderea sa n-a putut fi oprită, acceptându-se că o funcție nu trebuie gândită neapărat în termeni numerici, deci matematici, pentru că o găsim peste tot, în societate, dar și în natură, având aplicabilitate universală. Atunci când domeniul unei funcții este un set infinit, lucrurile se complică. Nu este suficientă specificarea domeniului, ci e nevoie și de stabilirea unei reguli⁴⁶ care să fixeze valoarea funcției pentru fiecare element din domeniul său. Apoi, atrage atenția Patrick Suppes, nu trebuie uitat că o funcție nu este o entitate lingvistică, ci este un set teoretic.

Întrucât orice funcție este o relație, s-a format în timp obișnuința de a discuta despre domeniul și despre codomeniul funcției, dar în cazul funcțiilor se vorbește adesea de domeniul definiției funcției, iar codomeniul este numit drept o *serie* a valorilor funcției⁴⁷. Așa s-a ajuns ca o funcție să fie numită și *harta* domeniului ei pe seria proprie de valori. Spunem atunci că o funcție f este o „hartă”, iar când x este un element al domeniului lui f , atunci $f(x)$ este imaginea lui x .

Termenul de „serie” – introdus pentru caracterizarea valorilor funcției – are și el o importanță capitală. În acest sens Russell precizează, nu fără o anumită doză de orgoliu, că, deși acest termen este vechi și familiar, el, Russell, este primul care îi conferă un sens exact⁴⁸. Respectiv, continuă logicianul, o serie exprimă un ansamblu de termeni care posedă o ordine ce derivă dintr-o relație cu trei proprietăți: a) este asimetrică; b) este tranzitivă; c) este conexă⁴⁹.

⁴⁶ Patrick Suppes, *Introduction to logic*, p. 232.

⁴⁷ *Ibidem*, p. 233.

⁴⁸ Bertrand Russell, *Histoire de mes idées philosophiques*, p. 112.

⁴⁹ Problema se complică atunci când seriile sunt infinite. Extinderea la astfel de serii ar putea fi înțeleasă, sugerează Russell, prin apelul la „selecții”. De exemplu, spune Russell, alegerea membrilor unui parlament – cu presupuziția că fiecare parlamentar ales trebuie să aparțină circumscripției sale – constituie ceea ce se poate numi o selecție a circumscripțiilor. De fapt, selecția este o relație care ia câte un membru din fiecare clasă (în exemplul dat, o clasă este aceea a „aleșilor” și cealaltă clasă este cea a „circumscripțiilor”). Dacă numărul claselor este infinit, atunci selecția devine imposibilă dacă nu se trece în registru intensional, respectiv dacă nu se face apel la o proprietate care să permită selecția la infinit, indiferent dacă indivizii domeniului există sau nu. În acest context, Russell amintește o povestioară cu final destul de hazliu. Povestea spune că a fost odată un milionar care cumpăra un număr infinit de perechi de pantofi și, de fiecare dată când cumpăra o pereche de pantofi, el cumpăra și o pereche de șosete. În clasa pantofilor este permisă o selecție alegând, de pildă, fie numai pantoful drept, fie numai pantoful stâng. Dar în clasa șosetelor nu putem aplica această regulă de selecție, căci aici nu putem distinge dreapta de stânga. Pentru a realiza o selecție între șosete e nevoie de o metodă mai elaborată, cum ar fi să găsim o împunsătură (un semn) astfel încât, în fiecare pereche de șosete, una din cele două să fie mai apropiată de acest semn decât cealaltă. Povestioara are un anumit tâlc, iar Russell a relatat-o unui matematician de la Trinity College. Nu mică i-a fost mirarea când matematicianul a avut un singur comentariu: „de ce un milionar?” (Bertrand Russell, *Histoire de mes idées philosophiques*, pp. 114–116).

Iar ordinea serială ne conduce la ceea ce poate fi numit „relația aritmetică”, de care se ocupă cel de-al doilea volum din *Principia Mathematica*. Sub aspect matematic, povestește Russell, teoretizarea relației aritmetice a constituit contribuția sa cea mai importantă⁵⁰ la opera realizată împreună cu Whitehead. Atunci când avem două serii generate de relațiile P și Q , vom spune – se subliniază în *Principia Mathematica*, volumul al doilea⁵¹ – că respectivele serii sunt similare ordinal atunci când termenii lor pot fi corelați fără ca ordinea să se schimbe. În prezența similitudinii ordinale, putem afirma că structurile interne ale relațiilor sunt analoage.

Ajungem, astfel, să introducem și termenul de „structură” pentru a teoretiza funcțiile și relațiile; „structura” – argumentează Russell – este un concept asemenea celui de „serie”, adică este folosit cu ușurință în pofida faptului că nu are o semnificație precisă⁵². Dar autorul apreciază că prin intermediul relației aritmetice se poate realiza o definiție precisă și pentru acest concept. Respectiv, când avem o similitudine ordinală între două relații de numere, putem considera că ele dau naștere la aceeași „structură”. Cu precizarea că structura este o noțiune mai generală⁵³, nefiind restrânsă la relațiile diadice.

În legătură cu aceste probleme, Russell amintește că a apreciat ideile lui Wittgenstein din *Tractatus*, îndeosebi ideea că o propoziție reprezintă faptele despre care afirmă ceva, așa cum o hartă furnizează informații, pentru că între hartă și regiunea pe care o reprezintă există similitudine de structură⁵⁴. Sau, pentru o mai bună claritate – subliniază Russell într-o altă lucrare, e vorba de *Introducere în filosofia matematică* –, putem lua, de exemplu, o relație între următoarele cupluri⁵⁵: $ab, ac, ad, bc, ce, dc, de$. În aceste cupluri, a, b, c, d, e sunt cinci termeni oarecare, iar noi putem să realizăm o reprezentare a acestei relații fixând cele cinci puncte într-un plan și unindu-le prin săgeți. Figura care rezultă pune în evidență tocmai „structura” relației.

Dincolo însă de diversele neclarități conceptuale, calculul logic al relațiilor s-a dezvoltat pe tot parcursul secolului XX, căci din moment ce funcțiile sunt relații, iar relațiile sunt seturi⁵⁶, operațiile cu seturi se aplică deopotrivă relațiilor și funcțiilor. Dar e important să remarcăm și faptul că figuri celebre din filosofia secolului trecut, așa cum sunt unii neokantieni – și ne gândim aici îndeosebi la Ernst Cassirer –, deși erau interesați în mare de aceleași probleme de logică și filosofia matematicii, aceștia nu înaintează în direcția adâncirii calculului logic (în mod sigur și pentru că nu aveau pregătirea necesară), ci își îndreaptă atenția către filosofia cunoașterii și culturii, făcând o trecere de la teoria și logica relațiilor la teoretizarea funcției structural-simbolice.

⁵⁰ *Ibidem*, p. 119.

⁵¹ Alfred North Whitehead and Bertrand Russell, *Principia Mathematica*, volume II, second edition, Cambridge, Cambridge University Press, 1927, pp. 295–296.

⁵² Bertrand Russell, *Histoire de mes idées philosophiques*, p. 119.

⁵³ *Ibidem*, p. 124.

⁵⁴ *Ibidem*, p. 141.

⁵⁵ Bertrand Russell, *Introduction à la philosophie mathématique*, traduit de l'anglais par G. Moreau, Paris, Payot, 1928, pp. 78–79.

⁵⁶ Patrick Suppes, *Introduction to logic*, p. 240.

În acest sens, Ernst Cassirer își justifică demersul prin sublinierea, încă din prefața la lucrarea sa *Conceptul de substanță și conceptul de funcție*⁵⁷, că, pentru a avea acces la conceptele fundamentale ale matematicii, așa cum își doreau toți logiciștii, este necesară, în prealabil, o analiză a funcției conceptuale însăși. Cantonat în proiectul de reînnoire a logicii transcendente, un Paul Natorp, de exemplu, era convins că această logică este știința relațiilor celor mai generale care pot fi stabilite între gândire și obiecte, iar Cassirer, în aceeași linie cu Cohen și Natorp, se arată încredințat că logica nouă n-ar trebui să rupă legăturile cu problemele de metodologie științifică (așa cum se întâmpla în logica de dinainte de Frege).

Se știe, după propria sa mărturisire, că în timp ce lucra la volumul *Conceptul de substanță și conceptul de funcție*, Cassirer își proiecta viitoarele cercetări despre filosofia formelor simbolice. În legătură cu conceptul de „funcție”, el se întreabă în introducerea de la primul volum al noului proiect dacă trebuie „să înțelegem funcția pornind de la element sau elementul pornind de la funcție, adică pe care dintre ele o alegem ca «fundament» al celeilalte”⁵⁸. Aceasta este o întrebare decisivă, crede Cassirer, iar el optează, așa cum precizează în continuare, pentru „primatul” funcției față de obiect, căci acesta constituie principiul fundamental al gândirii critice. După opinia lui Cassirer, acest principiu îmbracă o formă nouă în orice domeniu de aplicație și pretinde o nouă întemeiere. Dacă în lucrarea din 1910 – *Conceptul de substanță și conceptul de funcție* – filosoful neokantian se opriese numai la forma științifică și matematică a ideii de funcție, în volumele următoare din *Filosofia formelor simbolice*, gânditorul german își va propune să extindă investigația asupra funcției în sfera limbajului, apoi în sfera gândirii mitico-religioase și a intuiției artistice, iar în final asupra simbolismului în cunoaștere și cultură.

Asumând ipoteza că teoria naivă a „copiei” din cadrul cunoașterii a fost discreditată și că, în mod progresiv, conceptele fundamentale din fiecare știință sunt mai degrabă *simboluri* create de intelect (nu o simplă copie a lucrurilor „date”), Cassirer ajunge la concluzia că și limbajul, în evoluția sa, a trecut prin trei etape⁵⁹: mimetică, analogică și simbolică. Iar la această ultimă etapă s-a ajuns prin depășirea funcției concrete a „desemnării” și înlocuirea ei cu funcția universal valabilă⁶⁰ a „semnificării”, căci limba, atrage atenția Cassirer, dincolo de implicarea în realul sensibil, dovedește în mod clar o tendință irepresibilă spre logic și universal, tendință confirmată în termenul universal al relației⁶¹ (logic, în copulă).

Din moment ce conceptele matematicii și ale celorlalte științe sunt construcții simbolice, înseamnă că funcția conceptuală nu poate fi gândită decât în perspectivă genetică, iar „problemele genetice – scrie Ernst Cassirer – nu-și pot găsi niciodată în mod pur rezolvarea în sine, ci numai în legătură nemijlocită și în corelație cu

⁵⁷ Ernst Cassirer, *Substanzbegriff und Funktionsbegriff. Untersuchungen über die Grundfragen der Erkenntniskritik*, Berlin, Verlag von Bruno Cassirer, 1910, p. V.

⁵⁸ Ernst Cassirer, *Filosofia formelor simbolice*, vol. I, *Limbajul*, traducere din limba germană de Adriana Cînta, Pitești, Editura Paralela 45, 2008, p. 21.

⁵⁹ *Ibidem*, p. 151.

⁶⁰ *Ibidem*, p. 160.

⁶¹ *Ibidem*, p. 309.

«problemele structurale»⁶². Rezultă atunci că diferitele obiecte ale cunoașterii, la fel și numerele din matematică nu sunt „date” pur și simplu conștiinței, ci sunt expresii ale funcției conceptuale – o funcție simbolică și structurală în același timp –, sunt expresii, de fapt, ale relațiilor conceptuale.

Admirația lui Cassirer pentru principiul simbolismului este exprimată astfel⁶³: „principiul simbolismului, cu universalitatea, valabilitatea și aplicabilitatea lui generală, este cuvântul magic, Sesam, deschide-te! dând acces la lumea specific umană, lumea culturii umane. O dată ce omul se află în posesia acestei chei magice, progresul ulterior este asigurat”. Extinzându-și aria cercetărilor (în 1910 se mărginea la studiul filosofic al fundamentelor matematicii și fizicii) către științele vieții, biologie și inteligența animală, limbaj și cultură etc., neokantianul Cassirer ajunge să propună chiar schimbarea definiției omului de „animal rațional” cu aceea mai propice, în viziunea sa, de „animal simbolic”. Inclusiv „primatul relațiilor” este înlocuit cu „primatul simbolicului”, deoarece – concluzionează filosoful german – gândirea relațională este dependentă⁶⁴ de gândirea simbolică.

Făcând incursiuni bogate în istoria cunoașterii științifice, Cassirer subliniază că, între fizicieni, Heinrich Hertz este cercetătorul modern care, în lucrarea sa *Principiile mecanicii* (1894), realizează cea mai decisivă turnură de la teoria imaginii (*Abbildtheorie*) către o teorie simbolică pură (*reinen Symboltheorie*)⁶⁵. Această turnură semnifică faptul că, în viziunea lui Cassirer, conceptele de bază ale științei naturale nu mai apar ca reproduceri ale imediatului (nu mai apar drept o copie), ci sunt văzute mai degrabă ca proiecte constructive (*konstruktive Entwürfe*), ca o lume a semnelor pure, așa cum susține și Helmholtz apoi în teoria sa a cunoașterii.

Meditând asupra acestei turnuri, Cassirer ajunge la concluzia că gândirea noastră nu ajunge niciodată direct la realitate, ci întâlnește în calea sa un sistem de semne (*ein System von Zeichen*) și, în același timp, gândirea învață să folosească aceste semne ca „substitut”⁶⁶ (*Stellvertreter*) pentru obiecte. Așa stând lucrurile, filosoful neokantian propune să introducem, pentru ilustrarea situației, termenul de „pregnanță simbolică”. Prin acest termen ar trebui să înțelegem⁶⁷ că o experiență umană trăită – ca experiență trăită „senzorial” (*als «sinnliches» Erlebnis*) – conține în ea însăși un anumit „sens” non-intuitiv pe care îl aduce în reprezentarea concretă imediată.

Firește, înaintând în această direcție, Cassirer pare să se îndepărteze destul de mult de preocupările strict logice. El vizează, în cele din urmă, să ne ofere o teorie

⁶² Ernst Cassirer, *Filosofia formelor simbolice*, vol. II, *Gândirea mitică*, traducere din limba germană de Mihaela Bereschi, Pitești, Editura Paralela 45, 2008, p. 10.

⁶³ Ernst Cassirer, *Eseu despre om. O introducere în filosofia culturii umane*, traducere de Constantin Coșman, București, Editura Humanitas, 1994, p. 57.

⁶⁴ *Ibidem*, p. 60.

⁶⁵ Ernst Cassirer, *Philosophie der symbolischen formen*, dritter Teil, *Phänomenologie der Erkenntnis*, Hamburg, Felix Meiner Verlag, 2010, p. 23.

⁶⁶ *Ibidem*, p. 49.

⁶⁷ *Ibidem*, p. 231.

a cunoașterii fondată pe semnificație. Astfel, pentru el problema adevărului și problema cunoașterii vor deveni „cazuri particulare”⁶⁸ ale unei teorii mai generale a semnificației. Dar „îndepărtarea” nu înseamnă neapărat o ruptură în raport cu logica nouă, deoarece structura oricărei forme simbolice asupra căreia se oprește neokantianul Cassirer este, de fapt, structura funcției propoziționale. E drept, rămânând fidel logicii transcendente, el va considera că funcția simbolică funcționează în mod deosebit ca o condiție de posibilitate, întrucât ea exprimă forma structurală a spiritului uman.

Idealismul simbolic al lui Cassirer este solidar conceptului funcțional, unii exegeți observând o anumită analogie între acest concept și „concretul universal” al lui Hegel, căci funcția conceptuală nu permite separarea legii (a universalului) de particularii (elementele concrete) ce se găsesc într-o anumită ordine din cadrul unei serii. Dar funcția simbolică propusă de către Cassirer este nuanțată sub următoarele aspecte: a) funcția simbolică presupune un aspect de „funcție expresivă” (*Ausdrucksfunktion*), care permite înțelegerea; b) un aspect de „funcție de prezentare” (*Darstellungsfunktion*), având menirea să permită intuirea configurațiilor; c) aspectul de „funcție de semnificație” (*Bedeutungsfunktion*), care oferă cunoaștere sub formă de lege.

Și, așa cum am arătat deja, din moment ce funcția conceptuală trebuie înțeleasă numai în perspectivă genetică, pentru Cassirer devine limpede faptul că, deși logica matematică și matematicile în general ne pot oferi diverse clarificări analitice, acestea nu pot explica până la capăt procesul de geneză a conceptului. E un motiv suficient pentru acest neokantian să considere că analiza pură a semnificației depășește potențialul calculului logic. Cassirer se alătură aici poziției lui Kant, după care filosofia nu poate aștepta nicio salvare de la imitarea metodelor matematice, deoarece conceptul depășește contextul matematic „exact”.

Conceptul – susține Cassirer – nu este abstractiv, ci „prospectiv”, adică e un fel de ghid liber pentru noi conexiuni (tabelul lui Mendeleev pentru explicarea elementelor chimice i se pare filosofului german o excelentă ilustrare a teoriei sale despre concept). De aceea, Cassirer compară conceptul cu „membrul general” al unei serii, pentru că în această calitate el desemnează regula succesiunii elementelor individuale. În acest sens, filosoful despre care vorbim aici dă și următorul exemplu: într-o serie aritmetică de forma $1/2, 2/3, 3/4, 4/5$ etc. putem stabili membrul general în expresia $n/n + 1$, făcând precizarea că acest membru general nu mai reprezintă o mărime individuală⁶⁹ (*nicht mehr eine Einzelgröße dar*), ci este mai degrabă „întregul” seriei (serie care nu trebuie privită ca sumă de părți).

În alți termeni, Cassirer crede că în relația de bază a cunoașterii emerge o relație pur ideală cu rol de condiționare (*Bedingen*), ceea ce înseamnă că funcția

⁶⁸ Vezi și Steve G. Lofts, *Ernst Cassirer: A „Repetition” of Modernity*, New York, State University of New York Press, 2000, p. 40.

⁶⁹ Ernst Cassirer, *Philosophie der symbolischen formen*, p. 359.

face posibile obiectele, nu invers. Dar această relație concept – obiect nu este una ontic-reală, ci este o relație simbolică prin care lumea simțurilor este susținută de o lume a semnificației și teoriei pure. Ceea ce rămâne dintr-o astfel de structură este semnificația, fiecare element al structurii îmbrăcând haina semnificației prin poziția pe care o ocupă într-o serie.