LOGICĂ ŞI EPISTEMOLOGIE

PSEUDOPARADOXUL

IANCU LUCICA
Universitatea de Vest, Timişoara

The Pseudoparadox. My study aims to analyze some aspects of the term *pseudoparadox*. The study follows two of my recent papers, (3) and (4), in which I have analyzed inclusively several issues regarding the current definitions of the paradox. The objectives of the study: 1) the intension and extension of the term pseudoparadox, 2) the most important types of pseudoparadoxes, 3) the relation between pseudo-paradoxes and paradoxes. Finally, I propose to the reader, as an exercise, the examination of an argument regarding its categorization in the species of paradox and pseudoparadox discussed in my paper.

Keywords: pseudoparadox, paradox, contradiction, logical error.

§ 1.

1. În două dintre lucrările mele recent publicate în *Revista de Filosofie* am discutat o serie de probleme pe tema paradoxurilor, inclusiv probleme privind definiţiile mai importante date termenului *paradox*[1]. În lucrarea de faţă voi încerca să fac acelaşi lucru cu privire la *pseudoparadox*. Nu este un termen tocmai clar având în vedere că mai toţi autorii îl folosesc fără definiţie, însă nici nu se poate spune despre el că ar fi total lipsit de interes. Am considerat oportun să-l supun unei analize separate. În § 8 am încercat să dau o definiţie pseudoparadoxului, iar în § 9 am propus cititorului un mic exerciţiu logic.

§ 2.

2. O primă idee de pseudoparadox provine din etimologia cuvântului. Exact ca în *pseudoştiinţă*, *pseudocunoaştere*, *pseudoartă* etc., pseudoparadoxul este un *fals paradox*, un *paradox aparent* sau un *paradox greşit*. Într-o scurtă recenzie din *Philosophical Studies* (1955), Yehoshua Bar-Hillel analizează un astfel de pseudo-paradox construit de M. Weiss în domeniul logicii modale, compus din următoarea secvenţă de propoziţii:

[1] Este vorba de Lucica, I., [4] şi [5], în bibliografie.

Rev. filos., **LXIII**, *6*, p. 739–760, Bucureşti, 2016

1. Ceea ce este necesar adevărat nu poate fi posibil fals.
2. Ceea ce este necesar adevărat este adevărat.
3. Ceea ce este adevărat este posibil adevărat.
4. Ceea ce este posibil adevărat poate fi şi fals.
5. Ceea ce este necesar adevărat poate să nu fie fals.

Propoziţiile 1 – 4 sunt adevărate, chiar necesar adevărate, însă din 2, 3 şi 4, Weiss deduce propoziţia 5, care o contrazice pe 1. De aici presupusul paradox.

> Din fericire, precizează Yehosua Bar-Hillel, înţelegerea soluţiei lui Weiss nu este necesară întrucât pretinsul paradox nu este decât rezultatul unei binecunoscute echivocaţii a termenului „posibil” şi deci o simplă gafă logică[2].

Echivocaţia de care vorbeşte Y. Bar-Hillel constă în confundarea celor două sensuri ale termenului *posibil*. Un *posibil*$_1$, care înseamnă non-imposibilul; şi un *posibil*$_2$, care înseamnă contingentul, adică nici necesarul, nici imposibilul. În propoziţia 3 intervine primul posibil, iar în 4, cel de-al doilea, „and that is end of paradox”, conchide Bar-Hillel. Sintagma „a simple logical blunder”, cu care Bar-Hillel apreciază paradoxul lui Weiss poate fi tradusă prin „o simplă greşeală logică”, aşa că pretinsul paradox este un paradox greşit sau aparent, adică un pseudoparadox.

3. În literatura românească de logică întâlnim un astfel de pseudoparadox în cartea lui Anton Dumitriu, *Soluţia paradoxurilor logico-matematice* (1965), legat de perechea de predicate *compatibil–incompatibil*. Îl voi reproduce urmând cât mai fidel expunerea autorului.

Se scriu mai întâi predicatele unei limbi oarecare, să zicem limba română, într-o anumită ordine (în ordine lexicografică, sugerează autorul). Se obţine seria ordonată: P_1, P_2, P_3,..., P_n. Aceleaşi predicate se rescriu schimbându-se ordinea (de ex., în ordinea lexicografică a terminaţiilor). Se obţine o altă serie ordonată: Q_1, Q_2, Q_3,..., Q_n. Fiind vorba doar de schimbarea ordinii, cele două serii sunt egale numeric, deci îşi corespund biunivoc. Relativ la predicatele corespondente, autorul face următoarea precizare:

> Dacă un predicat dintr-un rang dat din prima serie acceptă ca predicat predicatul de acelaşi rang al seriei a doua, vom spune că primul predicat are proprietatea de a fi *compatibil* cu al doilea; în caz contrar, el este *incompatibil* (subl. a.)[3].

De exemplu, dacă predicatele cu numerele de ordine *p*, *q*, *r* din prima serie sunt *mamifer*, *număr*, *ordonat*, iar cele din a doua serie sunt *metal*, *abstract*, *predicat* (exemplele autorului), vom avea următoarele corespondenţe între cele două serii:

[2] Yehoshua Bar-Hillel, „Mr. Weiss on the Paradox of Necessary Truth”, în *Philosophical Studies* 6 (6), 1955, p. 92–93.

[3] A. Dumitriu, *Soluţia paradoxurilor logico-matematice*, p. 93.

$P_1, P_2, ..., Mamifer_p, ..., Număr_q, ..., Ordonat_r, ..., P_n$
$Q_1, Q_2, ..., Metal_p, ..., Abstract_q, ..., Predicat_r, ..., Q_n$

Pentru că mamiferul nu este metal, predicatul *Mamifer*$_p$, din prima serie, este incompatibil cu *Metal*$_p$ din a doua serie. Predicatul *Număr*, în schimb, este abstract, deci *Număr*$_q$, din prima serie, este compatibil cu *Abstract*$_q$, din a doua. La fel *Ordonat*$_r$, din prima serie, cu *Predicat*$_r$ din a doua serie, şi aşa mai departe.

Predicatele *Compatibil* şi *Incompatibil*, întrucât aparţin ambelor serii, vor fi şi ele apreciate după aceleaşi reguli. Presupunând că predicatul *Inc* (= *Incompatibil*) are numărul de ordine *h* în prima serie şi numărul *k* în a doua serie ($h \neq k$) se ajunge la următoarea corespondenţă:

$P_1, P_2, P_3, ..., Inc_h, ..., P_k, ..., P_n$
$Q_1, Q_2, Q_2, ..., Q_h, ..., Inc_k, ..., Q_n$

4. Condiţiile $Inc_h \neq Q_h$, $P_k \neq Inc_k$ se obţin prin ordonarea convenabilă a predicatelor din cele două serii, deci sunt luate prin supoziţie şi nu ridică probleme, singura problemă o ridică predicatul P_k din prima serie căruia îi corespunde predicatul Inc_k din a doua serie. Din raportul lor, autorul deduce următorul paradox:

> Conform definiţiilor, predicatul P_k, non-identic cu Inc_k, trebuie să fie de asemenea *compatibil* sau *incompatibil* cu Inc_k, *tertium non datur*. Dacă predicatul P_k este *compatibil* cu Inc_k = *incompatibil*, atunci el admite ca predicat, predicatul din acelaşi rang din a doua serie care este Inc_k = *incompatibil*, deci el este *incompatibil*; dacă predicatul P_k este *incompatibil*, el admite ca predicat predicatul Inc_k = *incompatibil* care este predicatul aceluiaşi rang din a doua serie, deci el este *compatibil* (sbl. a). Antinomia este izbitoare[4].

Numai că antinomia „izbitoare" de care vorbeşte A. Dumitriu ascunde câteva confuzii. Prima este cea dintre predicat şi relaţie. Conform exemplelor date de autor, cele două serii conţin predicate de un singur argument (*mamifer*, *număr*, *metal* ş.a), în timp ce *Compatibil* şi *Incompatibil* sunt predicate binare, adică relaţii. Când spunem „P_k este compatibil cu Q_i", „compatibil" este un predicat cu doi termeni, el poate fi redat simbolic prin

$$Com(P_k, Q_i) \text{ sau } P_k\ Com\ Q_i,$$

iar când spunem „P_k este compatibil", acelaşi „compatibil" este predicat cu un singur termen: $Com(P_k)$. La fel pentru „incompatibil".

În concluzia raţionamentului său, autorul face următoarea apreciere: *P_k este compatibil cu Inc_k*, deci *P_k este incompatibil*.

[4] A. Dumitriu, *op. cit.*, p. 94.

Incompatibil cu cine? P_k nu poate fi incompatibil în general, tot aşa cum cineva/ceva nu poate fi egal în general, mai mare în general, la stânga în general etc. Pentru a fi corectă, concluzia raţionamentului ar trebui să arate cu cine este P_k incompatibil.

Cel de-al doilea raţionament al autorului este şi mai suspect: *P_k este incompatibil cu Inc_k*, deci P_k admite predicatul *Inc* ≡ *incompatibil* care este predicatul aceluiaşi rang din a doua serie, deci P_k este *compatibil*.

Pe lângă faptul că şi *compatibil* trebuia luat tot ca relaţie, aici apare şi un alt un semn de întrebare: propoziţia *P_k este compatibil* poate fi dedusă din propoziţia *P_k este incompatibil cu Incompatibil*?

5. A doua confuzie este cea dintre predicaţie şi implicaţie. În primul pasaj citat ni se spune că un predicat din prima serie *acceptă* (sau *nu acceptă*) predicatul de acelaşi rang din a doua serie. În al doilea pasaj, termenul *acceptă* este înlocuit cu *admite*, dar ce înseamnă, la drept vorbind, că un predicat din prima serie *acceptă* sau *admite* un predicat din a doua serie?

Din precizările autorului şi din exemplele date, predicatul P_n din prima serie acceptă, respectiv admite, predicatul Q_n din a doua serie dacă predicatul P_n are proprietatea exprimată prin predicatul Q_n. Numai că propoziţia „*P_n este Q_n*” prin care autorul stabileşte compatibilitatea dintre P_n şi Q_n nu înseamnă predicaţia lui Q_n faţă de P_n, ci implicaţia lui Q_n prin P_n. Propoziţia „*Numărul este abstract*” din exemplul lui A. Dumitriu nu este decât forma prescurtată a propoziţiei „Toate numerele sunt abstracte” (sau „abstracţii”), exact ca în propoziţia „Omul este muritor”, prescurtarea propoziţiei „Toţi oamenii sunt muritori”. Prin urmare, „Numărul este abstract” nu exprimă predicaţia lui *abstract* faţă de *număr*, ci implicaţia predicatului *abstract* prin predicatul *număr*. În logica predicatelor de ordinul întâi, propoziţia „Numărul este abstract” se redă prin schema: „Dacă x este număr, x este abstract, oricare ar fi x”. Predicatul *număr*, ca şi predicatul *abstract*, se aplică aici lui x, mai bine zis lucrurilor pe care le desemnează x. Pentru cazul particular $x = 2$ obţinem propoziţia adevărată „*Dacă* 2 *este număr*, *atunci* 2 *este abstract*” în care se vede clar că *abstract* i se aplică lui 2, nu lui *număr*.

6. A treia confuzie este cea dintre obiect şi predicat. Dacă interpretăm propoziţia „Numărul este abstract” nu prin „Toate numerele sunt abstracte”, cum am făcut mai sus, ci prin „Predicatul *număr* este predicat abstract”, pentru a realiza predicaţia dorită de autor, nici atunci nu am avea două predicate, întrucât *predicatul număr* nu este predicat, el este tot obiect (la Frege, articolul hotărât este semnul obiectului, nu al predicatului). Prin urmare, propoziţiile prin care A. Dumitriu stabileşte compatibilitatea, respectiv incompatibilitatea, dintre predicate nu leagă predicatele între ele, ci obiecte de predicate. Normal ar fi fost ca predicatele din a doua serie să fie, în totalitatea lor, predicate de predicate şi nu predicate de obiecte, însă, conform ipotezei, seria a doua nu este decât prima serie cu ordinea schimbată.

Pentru a predica ceva despre predicatul *număr*, în cazul de față predicatul *abstract*, ar trebui să lucrăm în logica predicatelor de ordinul doi, iar pentru a spune că un predicat de ordinul întâi, cum ar fi *număr*, este compatibil/incompatibil cu un predicat de ordinul doi, cum ar fi *abstract*, ar trebui să lucrăm în logica de ordinul trei. Corect ar fi fost ca autorul să indice mai întâi formula din logica predicatelor de ordinul doi prin care un predicat φ se predică despre un predicat F, după care să formuleze, în logica predicatelor de ordinul trei, eventual, definiția relației de compatibilitate/incompatibilitate dintre predicate. Propozițiile obținute, presupunând că ar fi corecte logic, nu formează un paradox.

§ 3.

7. Un interesant caz de (pseudo) paradox întâlnim la B. Russell. Celebrul argument despre George al IV-lea, formulat de Russell în legătură cu teoria descripțiilor, este, după părerea unora, tot un pseudoparadox. Russell pretinde că în propoziția

(*i*) George al IV-lea voia să știe dacă Walter Scott este autorul lui *Wawerley*.

dacă se înlocuiește descripția „autorul lui *Wawerlwy*" cu numele propriu „Walter Scott", în baza echireferențialității lor, se obține propoziția falsă

(*ii*) George al IV-lea voia să știe dacă Walter Scott este Walter Scott.

Explicația lui Russell este că descripția „autorul lui *Wawerley*" nu are referent luată izolat și deci nu poate fi înlocuită cu numele propriu „Walter Scott", acesta având referent. Ca și clasele, descripțiile sunt la Russell „simboluri incomplete", semnificația lor este relativă la context.

Russell a complicat foarte mult lucrurile. Astăzi știm că într-o propoziție neextensională, de genul celei exemplificate, substituția *salva veritate* nu se poate realiza fără probleme. Este ca și cum am deduce din propoziția „Ion a înțeles că numărul 15 este impar" propoziția „Ion a înțeles că numărul 15 este de forma $2k + 1$" (cu $k \geq 0$) obținută prin înlocuirea propoziției „15 este impar" cu propoziția echivalentă „15 este de forma $2k + 1$". Dat fiind că nici de această dată contextul „Ion a înțeles că ..." nu este un context extensional, înlocuirea propoziției nu este legitimă. Însă și fără a invoca principiul extensionalității este clar că cineva poate înțelege prima propoziție fără a o înțelege pe a doua și că deducția în cazul de față nu este corectă.

Revenind la paradoxul lui Russell, s-ar mai putea adauga două obiecții, chiar dacă ele nu sunt de aceeași forță logică. Prima ar fi că, istoric vorbind, propoziția (*i*) este falsă, astfel că făcând substituția de echivalente într-o propoziție falsă, obținem tot o propoziție falsă.

A doua vizează persoana celui care face înlocuirea. Nu este acelaşi lucru dacă cel ce face înlocuirea de echivalente cunoaşte sau nu cunoaşte valoarea de adevăr a propoziţiei în care se face înlocuirea (dacă ar cunoaşte adevărul/falsul propoziţiei, înlocuirea ar deveni tautologică, iar dacă nu îl cunoaşte, înlocuirea nu s-ar putea efectua). Repet, nu sunt obiecţii de aceeaşi forţă cu prima.

8. Relativ la ideea necesităţii *de re*, Quine a produs şi el câteva argumente, printre care şi argumentul ciclistului matematic. Un ciclist, spune Quine, trebuie să fie esenţial biped şi contingent raţional, în timp ce un matematician trebuie să fie esenţial raţional şi contingent biped. Ce este atunci esenţial şi ce este neesenţial pentru cineva care ar fi matematician şi ciclist în acelaşi timp?

O proprietate esenţială este o proprietate necesară. Ştim din logica modală că una este proprietatea *F* şi cu totul alta proprietatea *necesar F*, *posibil F*, *contingent F* etc. În limbaj, aceste proprietăţi se exprimă prin aşa-numitele propoziţii modale *de re*. Propoziţia „*a* este *necesar/esenţial F*" este o propoziţie modală *de re*, spre deosebire de propoziţia „în mod necesar *a* este *F*", care este o propoziţie modală *de dicto*.

Argumentul lui Quine, presupunând că ar fi valid, acţionează împotriva modalităţii *de re*, însă argumentul lui nu poate fi valid din cauza echivocaţiei termenilor *biped* şi *raţional*. Un om este raţional chiar dacă nu are aptitudini speciale pentru matematică, tot aşa cum cineva este biped chiar dacă, având un defect la picior, nu poate merge cu bicicleta. Nu se poate spune, aşadar, că ciclistul este necesar biped şi contingent raţional, el este, ca şi matematicianul, raţional şi biped în aceeaşi măsură.

9. Un alt argument formulat de Quine împotriva necesităţii *de re* este cel relativ la numărul planetelor şi la proprietatea lui 9 de-a fi necesar mai mare ca 7. Simplificat, argumentul arată astfel: 9 = numărul planetelor; 9 este necesar mai mare decât 7, deci numărul planetelor este necesar mai mare decât 7 (concluzia raţionamentului este falsă pentru că numărul planetelor nu poate fi necesar mai mare ca 7).

Ce nu este în regulă cu acest argument?

Ca formă, cel puţin, argumentul nu ridică probleme, el este un argument de identitate: *a* este identic cu *b* şi *a* este *F*, deci cu necesitate logică şi *b* este *F*. Probleme ridică prima premisă în care 9 şi *numărul planetelor* sunt luate ca identice. Or, dacă lucrurile stau în acest fel ar trebui ca identitatea „9 = *numărul planetelor*" să fie de acelaşi tip cu identitatea „9 = 7 + 2", ceea ce nu e cazul. Nimeni nu poate rezolva o ecuaţie în care *numărul planetelor* să îl înlocuiască pe 9, pentru că 9 şi *numărul planetelor* nu funcţionează după aceleaşi reguli.

În studiul său *Cu privire la pseudoantinomii*[5], Gh. Enescu distinge între ideea de număr abstract şi cea de număr concret, ceea ce înseamnă cam acelaşi lucru. În

[5] În Gh. Enescu, *Pardoxuri*, *Sofisme*, *Aporii*, pp. 143–50.

cazul de faţă, 9 este număr abstract, iar *numărul planetelor* număr concret. Nefiind de acelaşi rang logic, cele două expresii nu se pot înlocui una cu cealaltă.

Explicaţia lui Enescu acoperă şi argumentul lui W. Kneale îndreptat tot împotriva modalităţii *de re*: 12 este un număr esenţial compus, numărul apostolilor = 12, deci numărul apostolilor este esenţial compus. Fiind vorba de acelaşi gen de eroare, nu insist asupra lui.

§ 4.

10. În *Theory of Logical Types* (1971), I. M. Copi foloseşte termenul *pseudoparadox* pentru formele populare ale paradoxului lui Russell, cum ar fi paradoxul bărbierului, paradoxul primarilor ş.a. Aceeaşi noţiune de pseudoparadox o întâlnim la E. Beth şi la H. B. Curry.

Un bărbier îi bărbiereşte pe toţi cei care nu se bărbieresc singuri. Acesta se bărbiereşte sau nu singur? (din supoziţia că se bărbiereşte, rezultă că nu se bărbiereşte, şi invers).

Paradoxul cataloagelor (F. Gonseth) are aceeaşi structură logică – un presupus catalog al tuturor cataloagelor care nu se menţionează pe sine ar trebui sau nu să se menţioneze pe sine?

Sau paradoxul primarilor (G. Mannoury): dacă în oraşul *x* locuiesc numai primari care nu locuiesc în oraşele lor de reşedinţă, unde ar trebui să locuiască primarul oraşului *x*?

Să presupunem că primarul lui *x* ar locui în *x*. Dar *x* este oraşul primarilor care nu locuiesc în oraşele lor, nici primarul lui *x* nu poate locui în *x*. Şi invers, dacă primarul lui *x* nu locuieşte în *x*, atunci el trebuie să locuiască în *x*, acesta fiind oraşul primarilor care nu locuiesc în oraşele lor.

11. Despre aceste raţionamente, Copi spune că sunt *paradoxuri aparente* sau *pseudoparadoxuri*, dintr-un motiv foarte simplu – nu folosesc noţiuni din vocabularul logicii sau al matematicii şi nici nu există lucrurile despre care vorbesc ele. Nu există bărbieri care să-i bărbierească pe toţi cei care nu se bărbieresc singuri, după cum nu există vreun catalog al cataloagelor care nu se menţionează pe sine; sau vreun oraş al primarilor care nu locuiesc în oraşele lor de reşedinţă. Prin urmare, nu are sens să le includem printre paradoxuri, ele fiind paradoxuri numai în aparenţă. Tot astfel explică E. Beth paradoxul străjerilor (străjerul care îi trezeşte pe toţi cei care nu se trezesc singuri se trezeşte sau nu singur?).

Nu am convingerea că argumentele celor doi autori sunt suficiente pentru a trimite respectivele raţionamente în zona pseudoparadoxului. În definitiv, nici teoria tipurilor şi nici alte soluţii la problema paradoxurilor nu fac altceva decât să arate că nu există o mulţime a tuturor mulţimilor care nu se conţin pe sine, o funcţie care să se ia pe sine ca argument, un număr ce diferă de orice alt număr etc.

Şi atunci care este motivul pentru care argumentele respective sunt tratate ca pseudoparadoxuri?

Personal, nu consider aceste raţionamente pseudoparadoxuri, după părerea mea ele sunt paradoxuri ca toate celelalte, paradoxuri rezultate din aplicarea unor definiţii. Se defineşte mai întâi noţiunea, respectiv termenul, după care se aplică definiţia unui caz particular, astfel ca, din aplicare să rezulte o contradicţie. Or, acest lucru se întâmplă în mai toate paradoxurile definiţionale.

§.5.

12. Unele paradoxuri sunt numite impropriu dileme, tot aşa cum unele dileme sunt impropriu numite paradoxuri. În lipsa unor termeni mai potriviţi, le-am putea numi *dileme-paradox*, respectiv, *paradoxuri-dilemă*. Dacă primele sunt pseudodileme, despre acestea din urmă am putea spune la fel de bine că sunt pseudoparadoxuri.

13. *Dilema crocodilului*. Un crocodil a răpit copilul unui om. La rugămintea omului de a-i da înapoi copilul, crocodilul răspunde: ţi-l dau dacă îmi spui ce voi face cu el. „Nu mi-l vei da”, a răspunsul omul, iar întrebarea este ce va face acum crocodilul, va da el sau nu copilul înapoi omului? Dacă i-l dă, înseamnă că omul nu a ghicit şi deci nu trebuie să i-l dea; iar dacă nu i-l dă, omul a ghicit şi atunci trebuie să i-l dea. Şi într-un caz, şi în celălalt, crocodilul intră în contradicţie.

Este acest argument o dilemă sau un paradox? Asemănarea cu dilema provine din faptul că nu există decât două variante de răspuns la condiţia crocodilului (va da sau nu va da înapoi copilul), însă fiecare variantă se contrazice pe sine, ceea ce ne readuce la condiţia de paradox. Este genul de paradox cunoscut astăzi sub numele de *paradox decizional* în care decizia cerută de paradox este blocată prin înseşi condiţiile aplicării ei.

14. Aceeaşi imposibilitate decizională o întâlnim în paradoxul antropofagilor. Un călător a fost luat prizonier de un trib de antropofagi care i-au pus următoarea condiţie: dacă va ghici ce vor face cu el, îl vor fierbe de viu, iar dacă nu va ghici, îl vor arde de viu. Călătorul a răspuns că-l vor arde de viu, urmând ca sălbaticii să ia acum o decizie. Dacă îl vor arde, înseamnă că a ghicit ce vor face cu el şi deci trebuie să-l fiarbă, iar dacă îl vor fierbe, înseamnă că nu a ghicit şi deci trebuie să-l ardă. Antropofagii sunt în contradicţie cu propriile lor condiţii, deci tot un paradox decizional avem şi în acest caz.

15. În privinţa raportului dintre paradox şi dilemă, reiau o idee pe care am dezvoltat-o în studiul meu [5]: fiecare paradox poate fi asociat unei dileme, însă nu paradoxul este consecinţa dilemei, ci invers, dilema este consecinţa paradoxului. În paradoxul lui Russell, de exemplu, putem formula următoarea dilemă: dacă *impre-dicabil* se predică despre sine, urmează o contradicţie; iar dacă nu se predică, urmează tot o contradicție; deci fie că *impredicabil* se predică sau nu despre sine, urmează o contradicție. Se înțelege că asemenea dileme pot fi construite în raport cu orice alt paradox, cu condiția ca paradoxul să fie corect. Dilema crocodilului, ca să revenim la problema noastră, este un paradox, eventual un paradox cu aspect de dilemă, şi nu o dilemă pur şi simplu.

16. *Paradoxul iertării*. Dacă în dilema crocodilului avem de-a face cu un paradox, în paradoxul iertării lucrurile stau exact invers, aceasta este o dilemă cu aspect de paradox. Se pleacă de la premisa că trebuie iertați sau cei care merită, sau cei care nu merită. Dacă sunt iertați cei care merită, iertarea nu îşi are rostul, iar dacă sunt iertați cei care nu merită, iertarea nu se poate realiza. Prin urmare, fie că sunt iertați cei care merită, fie că sunt iertați cei care nu merită, iertarea nu este posibilă.

Raționamentul, a cărui formă aminteşte de dilema simplă constructivă, ne forțează să acceptăm un lucru pe care în viața de toate zilele îl respingem. Aşa cum în aporia săgeții (Zenon) se ajunge la concluzia că săgeata nu poate porni din arc, şi deci nu îşi atinge ținta, tot astfel în paradoxul/dilema iertării se ajunge la concluzia că iertarea nu este posibilă. Or, viața ne arată că iertarea este nu doar posibilă, de multe ori ea este chiar necesară. Contradicția, aşadar, apare între faptul iertării din viața de toate zilele şi concluzia raționamentului nostru, care neagă acest fapt. Conform terminologiei adoptate, paradoxul iertării este o dilemă-paradox şi nu un paradox propriu-zis.

17. *Dilema lui Sancho Panza*. În *Don Quijote*, personajul Sancho Panza este pus să rezolve următoarea problemă. La capătul unui pod este o curte cu juri şi o spânzurătoare. Călătorii care trec podul trebuie să jure cu privire la locul unde merg şi la ce urmează să facă. Dacă jură adevărat, vor fi lăsați să treacă, iar dacă jură strâmb, vor fi spânzurați.

Jurământul unuia dintre călători a fost că a venit să fie spânzurat. Ce decizie vor lua acum judecătorii? Dacă îi vor da drumul, înseamnă că acesta nu a jurat corect şi deci trebuie să-l spânzure; iar dacă îl spânzură, el tocmai pe acest lucru jurase şi deci trebuie lăsat liber. Ca şi în cazurile anterioare, decizia nu poate fi luată fără contradicție.

18. *Dilema litigiosul*. Sofistul Protagoras l-a dat în judecată pe elevul său Euathlus pentru plata lecțiilor de avocatură. Conform înțelegerii avute, Euathlus trebuia să-i achite datoria după câştigarea primului proces, însă el nu a practicat avocatura şi nu s-a simțit dator să-i plătească profesorului său, fapt pentru care Protagoras l-a dat în judecată argumentând după cum urmează: dacă voi câştiga procesul, atunci va trebui să-mi plăteşti în virtutea faptului că instanța mi-a dat dreptate. Dacă pierd procesul, ceea ce înseamnă să-l câştigi tu, atunci va trebui să-mi plăteşti conform înțelegerii făcute. Deci fie că voi câştiga, fie că voi pierde, tot va trebui să-mi plăteşti.

Euathlus contraargumentează folosindu-se de exact acelaşi argument: dacă pierd procesul, nu voi plăti pentru că aşa ne-a fost înţelegerea, iar dacă îl câştig, atunci nu voi plăti pentru că instanţa îmi recunoaşte acest drept. Deci fie că voi pierde, fie că voi câştiga, nu trebuie să-ţi plătesc.

Raportat la protagoniştii afacerii avem de-a face cu o dilemă şi cu contra-dilema corespunzătoare ei. Raportat la judecător, avem o dilemă-paradox, pentru că orice hotărâre ar da, judecătorul intră în contradicţie.

19. *Paradoxul credinciosului consecvent*. Înţeleg prin *credincios consecvent* credinciosul care nu poate fi întors din credinţa lui prin argumente sau prin fapte de experienţă. Singurul care îl poate face pe credincios să nu mai creadă în Dumnezeu este chiar Dumnezeu, dar atunci necredinţa în Dumnezeu devine prima evidenţă a existenţei lui Dumnezeu. De aici câteva concluzii: *i*) dacă nu crezi în Dumnezeu, atunci există Dumnezeu; *ii*) dacă crezi în Dumnezeu, atunci este necesar să crezi în Dumnezeu; iii) dacă crezi în Dumnezeu, atunci Dumnezeu nu te poate face să nu crezi în Dumnezeu ş.a. Toate se datorează aceluiaşi lucru – noţiunea (idealizată) de credincios consecvent[6].

§. 6.

20. Una dintre caracteristicile paradoxului este autoraportarea. În paradoxul mincinosului intervine o propoziţie care spune despre sine că este falsă; în paradoxul lui Cantor intervine clasa care se conţine pe sine ca element; în paradoxul lui Russell intervine predicatul care se predică despre sine şi aşa mai departe, fiecare paradox este un caz particular de autoraportare. Totuşi, nu orice autoraportare duce la paradox. Spunând „Această propoziţie nu conţine mai mult de nouă cuvinte”, producem o propoziţie adevărată, deşi ea prezintă aceleaşi vicii de construcţie cu propoziţia paradoxală „Această propoziţie nu este adevărată” (ambele propoziţii sunt negative şi ambele conţin o autoraportare). Alte autoraportări sunt false fără a fi contradictorii ca în exemplul „Această propoziţie nu aparţine limbii române” sau „Această propoziţie este fără sens”. De unde ideea că, singură, autoraportarea nu poate explica paradoxul.

21. Anumite autoraportări sunt considerate paradoxale fără ca ele să aibă consecinţe de vreun fel anume. Paradoxul cunoscut astăzi sub numele de *truth teller* (în traducere: cel ce rosteşte adevărul) constă din afirmaţia „Această propoziţie este adevărată”, dar este acesta un paradox? Presupunând că propoziţia ar fi adevărată, respectiv falsă, ce consecinţe rezultă dintr-o asemenea presupunere? Mai mult, dacă reprezentăm simbolic propoziţia din *truth teller* prin

[6] Pentru detalii, vezi I. Lucica, *Logica* vol. I, p. 625.

(1) $$P \equiv (P \equiv v),$$

unde cu v am notat adevărul, ținând cont de asociativitatea echivalenței, obținem echivalența

(2) $$(P \equiv P) \equiv v$$

care este adevărată (în sistemele formale ale echivalenței, (2) este definiția adevărului). Acelaşi lucru se întâmplă dacă în locul lui (1) am lua expresia

(3) $$p \equiv V(p)$$

în care „$V(p)$" înseamnă „este adevărat p". Înlocuind pe p cu $V(p)$, respectiv $F(p)$, dat fiind că p ar trebui să fie sau adevărată sau falsă, obținem de fiecare dată o echivalență adevărată:

(4) $$V(p) \equiv VV(p) \equiv V(p) \text{ şi } F(p) \equiv VF(p) \equiv F(p)$$

Cel puțin în aceste variante de formalizare, *truth teller*-ul nu este un paradox propriu-zis, ci un pseudoparadox. Ceea ce readuce în discuție teoria privind lipsa valorii de adevăr a propozițiilor autoreferențiale.

22. Foarte mulți autori, începând cu Russell, văd în autoraportare condiția necesară, dacă nu cumva şi suficientă, a paradoxului. În articolul său *Paradox Without Self-Reference* (1993), St. Yablo pare să susțină contrariul. Paradoxul cunoscut astăzi sub denumirea de *Paradoxul lui Yablo* constă dintr-o succesiune infinită de propoziții (S_1), (S_2), (S_3),... în care fiecare propoziție postulează falsul propozițiilor succedente:

(S_1) Pentru orice $k > 1$, S_k este falsă,
(S_2) Pentru orice $k > 2$, S_k este falsă,
(S_3) Pentru orice $k > 3$, S_k este falsă,
....

Relativ la succesiunea (S_1), (S_2), (S_3), ... Yablo face următorul raționament. Presupunem că o propoziție oarecare din succesiune, să zicem (S_n), este adevărată. Fiind vorba de propoziția

(S_n) Pentru orice $k > n$, S_k este falsă,

pe care o considerăm adevărată prin ipoteză, deducem imediat că următoarea propoziție, respectiv

(S_{n+1}) Pentru orice $k > n + 1$, S_k este falsă,

este falsă. Numai că propozițiile de sub (S_{n+1}) sunt false şi prin efectul lui (S_n), deci este adevărat ce spune (S_{n+1}), deci (S_{n+1}) este şi adevărată, şi falsă. Dat fiind că (S_n) a fost luată la întâmplare, nici o propoziție din succesiunea (S_1), (S_2), (S_3),... nu poate fi adevărată fără să fie în acelaşi timp falsă.

23. Întrebarea mult discutată astăzi relativ la paradoxul lui Yablo este dacă acesta presupune sau nu autoraportarea. Înainte însă de-a ne pune o asemenea întrebare, ar trebui să ne asigurăm asupra autenticității paradoxului, pentru că, în desfăşurarea lui sunt câteva lucruri mai puțin clare. Observăm, de pildă, că supoziția de adevăr a propoziției (S_n) este sancționată prin propoziția (S_{n-1}), care spune că toate propozițiile de sub (S_{n-1}), inclusiv propoziția (S_n), sunt false. La rândul ei, propoziția (S_{n-1}) este sancționată de propoziția (S_{n-2}), care, la rândul ei, este sancționată de (S_{n-3}) şi aşa mai departe. Singura propoziție care nu stă sub sancțiunea altei propoziții şi care, în virtutea acestui fapt, ar putea fi considerată adevărată este (S_1). Dar ipoteza că (S_1) este adevărată duce la contradicție, deci nici (S_1) nu poate fi adevărată. În final, nici o propoziție din succesiunea (S_1), (S_2), (S_3),... nu poate fi considerată adevărată. Un rezultat pe care nu l-aş aprecia neapărat ca paradoxal ținând seama de tipul propozițiilor din enumerare şi de relațiile dintre ele.

24. O altă observație ce s-ar mai putea face se referă la forma concluziei din presupusul paradox. De vreme ce trebuie să o presupunem pe (S_n) adevărată, concluzia raționamentului nu va mai fi propoziția simplă „(S_{n+1}) este falsă”, ci o propoziție condițională: „dacă (S_n) este adevărată, atunci (S_{n+1}) este falsă”. Or, dacă nu putem aserta adevărul antecedentului (prima obiecție), nu putem aserta nici falsul consecventului.

25. Paradoxul lui Yablo, ca şi argumentul (raționamentul) diagonal, presupune o existență neefectivă, ceva ce nu poate fi obținut ca atare sau construit. Pentru a înțelege despre ce este vorba, să reformulăm paradoxul indicând propozițiile la care se referă el cu ajutorul următoarelor conjuncții:

(S_1): *non*-(S_2) & *non*-(S_3) & *non*-(S_4) & ....
(S_2): *non*-(S_3) & *non*-(S_4) & *non*-(S_5) & ....
....
(S_n): *non*-(S_{n+1}) & *non*-(S_{n+2}) & *non*-(S_{n+3}) & ....
(S_{n+1}): *non*-(S_{n+2}) & *non*-(S_{n+3}) & *non*-(S_{n+4}) & ....
....

Refacem raționamentul presupunând-o pe (S_n) adevărată. Rezultă imediat că (S_{n+1}) este falsă, ceea ce în maniera noastră de notare s-ar reda prin negația conjuncției corespunzătoare lui (S_{n+1}), respectiv:

$$Non\text{-}[non\text{-}(S_{n+2})\ \&\ non\text{-}(S_{n+3})\ \&\ non\text{-}(S_{n+4})\ \&\ ....]$$

echivalentă mai departe cu disjuncţia

$$(S_{n+2}) \vee (S_{n+3}) \vee (S_{n+4}) \vee ....$$

Pentru ca disjuncţia să fie adevărată ar trebui ca cel puţin una dintre componentele ei să fie adevărată. Fie (S_{n+r}), cu $r \geq 2$, această componentă. Având în vedere că $n + r > n$, propoziţia (S_{n+r}) ar trebuie declarată mai întâi falsă, deci (S_{n+r}) este şi adevărată, şi falsă. Numai că despre (S_{n+r}) doar am presupus că există, această propoziţie nu poate fi dată efectiv (nu putem determina numărul $n + r$ pentru a şti despre ce propoziţie este vorba). Un logician de factură intuiţionistă ar sancţiona paradoxul lui Yablo sub cel puţin trei aspecte – sub aspectul conceptului de infinit actual angajat, sub aspectul condiţiei de efectivitate şi sub aspectul legilor logice utilizate (dubla negaţie, terţul exclus ş.a.).

26. Nici în privinţa circularităţii paradoxului lucrurile nu sunt mai clare. Aparent, fiecare propoziţie se referă la altceva decât la ea însăşi, ceea ce ar alimenta întrucâtva pretenţia de necircularitate formulată de autor, însă acelaşi paradox poate fi redat şi sub forma:

(S_1) Toate propoziţiile de sub (S_1) sunt false,
(S_2) Toate propoziţiile de sub (S_2) sunt false,
(S_3) Toate propoziţiile de sub (S_3) sunt false,
....

unde fiecare propoziţie se menţionează pe sine. Circularităţile noii succesiuni nu diferă cu nimic de circularităţile succesiunii iniţiale, care nu au fost eliminate, ci doar camuflate prin condiţiile impuse indicilor numerici ai propoziţiilor. Ca să închei, paradoxul lui Yablo, ca toate paradoxurile, de altfel, poate avea mai multe formulări şi atunci condiţia circularităţii trebuie apreciată în raport cu fiecare formulare în parte (formularea de la punctul 25, de exemplu, făcând abstracţie de obiecţia adusă, nu pare să ascundă vreo circularitate).

27. La punctul 20 al acestui capitol am apreciat propoziţia autoreferenţială *Această propoziţie este fără sens* ca falsă, pentru că, dacă nu ar avea sens, cum pretinde, nu am înţelege ceea ce spune, şi anume, că nu are sens. Paradoxul *Non-Communicator*, construit de Th. Drage în 1964, are ca obiect chiar această propoziţie. Paradoxul vizează teoria tipurilor, mai exact cerinţa teoriei tipurilor ca orice propoziţie ce se ia pe sine ca subiect gramatical să fie declarată fără sens. În construcţia paradoxului, Drage foloseşte propoziţia echivalentă

(1) (1) este fără sens,

care spune acelaşi lucru cu propoziţia *Această propoziţie este fără sens*. Mai departe, el postulează echivalenţa celor două propoziţii

(2) (1) este echivalentă cu „(1) este fără sens”,

din care, cu ajutorul unor principii semantice elementare, deduce o contradicţie. Demonstraţia lui Drage are forma demonstraţiei prin reducere la absurd. Începem cu propoziţia

(3) (1) este fără sens,

adevărată în virtutea teoriei tipurilor. Din (3) şi din definiţia semantică a adevărului rezultă

(4) „(1) este fără sens” este adevărată.

Conform unui principiu semantic elementar, nici o propoziţie adevărată nu poate fi fără sens. Prin urmare, propoziţia

(5) „(1) este fără sens” nu este fără sens

va trebui considerată adevărată. Mai departe, înlocuim în (5) pe „(1) este fără sens” cu (1), în baza echivalenţei (2), şi obţinem

(6) (1) nu este fără sens,

adică negaţia lui (3). Drage pretinde să fi demonstrat în acest fel inconsistenţa (falsitatea) teoriei tipurilor. El examinează cinci posibile obiecţii la demonstraţia sa, pe care nu consider oportun să le reproduc aici. Vreau doar să observ că demonstraţia lui nu pare să ţină seama de distincţia limbaj–metalimbaj folosind-o pe (1) atât ca nume, cât şi ca parte a propoziţiei (vezi trecerea de la (1) la (2), de exemplu).

§. 7.

28. O interesantă noţiune de pseudoparadox apare la Gh. Enescu în *Teoria sistemelor logice* (1978). Enescu numeşte pseudoparadoxuri situaţiile în care contradicţia nu se realizează în ambele sensuri. Dacă din supoziţia P rezultă $\overline{P}$ şi din supoziţia $\overline{P}$ nu rezultă nimic, sau rezultă altceva decât P (simbolic: $P \to \overline{P}$ şi $\overline{P} \to \varnothing$), atunci P nu mai este un paradox, ci un pseudoparadox. Şi tot astfel dacă $\overline{P} \to P$ şi $P \to \varnothing$.

Enescu revine asupra problemei în studiul său *Cu privire la pseudoantinomii* (1983), unde, tot fără definiție, include în sfera noțiunii de *pseudoantinomie* (aceeaşi cu *pseudoparadox*) anumite formulări ale paradoxului mincinosului, unele dintre antinomiile kantiene, precum şi câteva paradoxuri apreciate în acest studiu ca pseudoparadoxuri (paradoxul desemnării, al modalității ş. a.).

29. Să luăm paradoxul mincinosului în varianta sa originară: *Cretanul Epimenide spune că toți cretanii sunt mincinoşi*. Inspirat de observațiile lui St. C. Kleene din *Mathematical Logic* (1957), Enescu analizează termenul „mincinos" şi formulează împotriva paradoxului trei obiecții:

1) *Mincinos* este un termen etic, el denotă o trăsătură de caracter, deci este aplicabil indivizilor nu propozițiilor.
2) *Mincinos* este un termen statistic (câte minciuni trebuie să spună cineva pentru a fi declarat mincinos?).
3) Aplicat propozițiilor, *mincinos* nu poate însemna doar falsul, cum se crede îndeobşte, acest termen însumează trei condiții: *falsul* (F), *intenția falsității* (I) şi *codul de norme* (C) la care se raportează intenția.

Prin urmare, dacă ținem să facem din *mincinos* un predicat propozițional, simbolizăm acest predicat cu M, în baza celor spuse vom putea aserta echivalența:

(1) $$M(p) \equiv F(p) \ \& \ I(p) \ \& \ C(p)$$

Cu alte cuvinte, p este o propoziție mincinoasă dacă şi numai dacă *p este falsă* & *p este intenționată* & *p reprezintă încălcarea unui cod de norme*. În formă simbolică:

(2) $$M(p) \equiv FIC(p)$$

Fie acum propoziția: „Această propoziție este mincinoasă". Din supoziția de adevăr a propoziției se obține $FIC(P)$ şi mai departe $F(P)$, adică „fals de P", ceea ce înseamnă că prima condiție a paradoxului se realizează întocmai (implicarea falsului prin adevăr). Însă nu acelaşi lucru se întâmplă cu cea de-a doua condiție (implicarea adevărului prin fals). Supoziția de fals înseamnă $\overline{FIC(P)}$, din care rezultă $\overline{F(P)} \vee \overline{I(P)} \vee \overline{C(P)}$, care nu implică $\overline{F(P)}$. Nefiind realizate ambele laturi ale contradicției, nici raționamentul nostru nu mai este un paradox propriu-zis, ci un pseudoparadox.

30. O posibilă obiecție la formalizarea lui Enescu ar fi că în disjuncția $\overline{F(P)} \vee \overline{I(P)} \vee \overline{C(P)}$ primul termen, respectiv $\overline{F(P)}$, este echivalent cu $V(p)$, adică

„adevăr de *p*”, care transformă disjuncţia în propoziţie adevărată. Or, aşa pusă problema, se realizează şi cealaltă latură a contradicţiei (implicarea adevărului prin fals).

31. Dintre argumentele examinate singurul care satisface definiţia lui Enescu ar fi paradoxul lui Yablo (facem pentru moment abstracţie de obiecţiile aduse). Să revenim la succesiunea de propoziţii (S_1), (S_2), (S_3), ... (vezi §. 6, punctul 22). Paradoxul provine din supoziţia de adevăr a propoziţiei (S_n), însă, la fel de justificată este şi supoziţia de fals. Reamintesc că ceea ce spune propoziţia (S_n) este că pentru orice $k > n$, S_k este falsă. Dacă (S_n) este falsă înseamnă că există cel puţin o propoziţie S_k, cu $k > n$, care este adevărată. Pentru că presupusa propoziţie nu poate fi indicată prin mijloace logice, supoziţia de fals a propoziţiei (S_n) rămâne nerealizată.

§. 8.

32. O eventuală definiţie a pseudoparadoxului va trebui să ţină seama nu doar de cazurile particulare de pseudoparadoxuri, dintre care unele au fost examinate în această lucrare, ci şi de definiţia paradoxului. Există în momentul de faţă mai multe asemenea definiţii (a se vedea lucrările mele [3] şi [4]), însă două sunt mai importante. Prima este definiţia clasică potrivit căreia paradoxul este contradicţia dintre două propoziţii *A* şi *B*, una este negaţia celeilalte, astfel că din supoziţia lui *A* rezultă *B* şi din supoziţia lui *B* rezultă *A*. Sub această definiţie întâlnim paradoxurile în cărţile de logică matematică – paradoxul lui Cantor, paradoxul lui Russell, paradoxul lui Richard ş.a. Dintre paradoxurile antice, singurul care satisface definiţia clasică este paradoxul mincinosului, mai bine zis anumite formulări ale acestuia, pentru că, aşa cum am văzut, unele variante ale mincinosului sunt de fapt pseudoparadoxuri.

33. Cea de-a doua definiţie, foarte răspândită şi ea, este definiţia lui M. Sainsbury din cartea sa *Paradoxes* (1981): paradoxul este o concluzie inacceptabilă obţinută din premise acceptabile prin reguli de raţionare acceptabile. Datorită termenilor *acceptabil* şi *inacceptabil*, luaţi aici în înţelesul lor intuitiv, definiţia lărgeşte foarte mult extensiunea termenului *paradox*. În cartea lui Michael Clark, *Paradoxes from A to Z* (2007), de exemplu, bazată pe definiţia lui Sainsbury, sunt enumerate 85 de paradoxuri (în ediţia a doua apar zece paradoxuri în plus şi probabil că ediţiile ulterioare au adus alte completări). La rândul lui, N. Rescher, pornind de la o definiţie asemănătoare, consemnează în *Paradoxes*. *Their Roots*, *Range and Resolution* (2001) nu mai puţin de 145 de paradoxuri. Se înţelege că nu toate aceste paradoxuri sunt la fel, multe dintre ele sunt paradoxuri doar în sensul celei de-a doua definiţii (vezi paradoxul iertării, de exemplu, sau paradoxul credinciosului)

Aşa cum am spus, definiţia pseudoparadoxului presupune definiţia paradoxului, însă, pentru că am admis două noţiuni de paradox, va trebui să admitem şi două noţiuni de pseudoparadox. Presupunând că ne-am fixat asupra uneia dintre definiţii, pseudoparadoxul ar putea fi definit drept *paradoxul datorat unei erori rezolvabile*. A se reţine cele două condiţii – pretenţia de paradox şi eroarea – fără de care niciun raţionament (argument) nu poate fi declarat pseudoparadox.

34. Cineva ar putea obiecta spunând că şi paradoxul se datorează unor erori şi că definiţia nu distinge pseudoparadoxul de paradox. Nu sunt de acord cu obiecţia şi voi arăta imediat de ce.

Primul lucru care trebuie spus este că paradoxul nu se rezolvă. Concepţia *paralogistică* asupra paradoxurilor, cea care asociază paradoxul cu eroarea, a pierdut în ultimul timp teren în favoarea unor concepţii mai noi în care propoziţia, negaţia, contradicţia şi alte ingrediente din componenţa paradoxului sunt văzute altfel decât ne-a obişnuit logica până nu demult. A plasa paradoxul în sarcina unor erori de un tip anume, astfel ca, eliminând eroarea să eliminăm paradoxul, este o explicaţie tot mai puţin frecventată astăzi. Paradoxul este paradox atâta timp cât nu poate fi rezolvat, când se rezolvă, el nu mai este paradox.

35. Concepţia paralogistică asupra paradoxurilor poate fi întâlnită sub două forme mai importante. Primă formă, pe care o voi numi *directă*, pune paradoxurile în sarcina unor erori mai mult sau mai puţin comune, cum ar fi eroarea cercului vicios, de exemplu, după principiul cauzalităţii (eliminând cauza/eroarea se elimină efectul/paradoxul). Cea de-a doua formă, pe care o numesc *indirectă*, are ca scop nu atât eliminarea paradoxurilor, cât evitarea lor, ca în axiomatica formalizată. Demonstraţia de consistenţă a unui sistem formal este implicit o asigurare împotriva paradoxurilor, deşi acest deziderat nu este formulat ca atare, el pare mai degrabă o consecinţă neintenţionată a demonstraţiei. Este drept că pe măsură ce complexitatea sistemelor formale creşte, raportul dintre consistenţă şi completitudine se complică, el evoluează până la contrarietate când ia din nou formă de paradox. Alungat de la nivelul teoriei, paradoxul reapare la nivelul metateoriei într-o dialectică adeseori trecută cu vederea.

36. În *Teoria sistemelor logice* (1975), Gh. Enescu dă o formulare proprie concepţiei paralogistice prin aşa-numita *teorie a soluţiei adecvate* din care putem observa şi mai bine limitele acesteia. Inspirat de unele aprecieri făcute de R. Carnap în *Semnificaţie şi necesitate* (trad. rom. 1972), Enescu începe prin a preciza conceptul de „rezolvare”, respectiv „soluţionare” a paradoxurilor, pe care îl circumscrie următoarelor postulate:

a) Soluţia paradoxurilor = eliminarea/evitarea lor în sistemul teoretic considerat.

b) Eliminarea paradoxurilor = eliminarea condițiilor (supozițiilor) care le-au dat naştere.
c) Eliminarea condițiilor = reglementarea operațiilor gândirii prin perfecționarea aparatului formal utilizat.

Din câte observăm, Enescu nu deosebeşte eliminarea paradoxurilor de evitarea lor, ceea ce ar putea genera unele dificultăți. Eliminarea, aşa cum înțeleg eu acest termen, presupune existența paradoxurilor, este deci o operație *post-factum*, în timp ce evitarea nu, sau nu neapărat (a evita ceva înseamnă a lua măsurile necesare ca acel ceva să nu se producă). Or, cele mai multe dintre soluțiile cunoscute astăzi sunt soluții eliminatorii, ele se exercită în raport cu paradoxurile existente, de aici sentimentul unui cerc vicios – pentru a elimina paradoxurile, acestea trebuie mai întâi produse!

37. În concepția lui Enescu, operația de eliminare/evitare a paradoxurilor presupune cunoaşterea mecanismului producerii lor. Din analiza unor cazuri particulare, cum ar fi paradoxul lui Cantor, de exemplu, sau paradoxul lui Russell, el deduce patru condiții pe care trebuie să le satisfacă o entitate pentru a duce la paradox: 1) autoraportarea (sau *autologia*, în exprimarea lui), 2) negația, 3) unicitatea (sau singularitatea) şi 4) presupunerea incorectă a unei proprietăți. Eliminarea paradoxului, arată mai departe Enescu, poate fi obținută prin eliminarea fiecărei condiții în parte, însă o asemenea soluție este inadecvată întrucât duce la eliminări nedorite, numai eliminarea simultană a celor patru condiții poate da soluția adecvată a problemei.

38. Înainte de-a merge mai departe, aş vrea să observ diferența dintre primele două condiții ale soluției lui Enescu şi ultimele două. Autoraportarea şi negația sunt condiții logice, însă tocmai pentru că sunt logice ele sunt aproape imposibil de eliminat. După Roy T. Cook, de exemplu, autoraportatea din paradoxul mincinosului este aceeaşi cu autoraportarea din prima teoremă Gödel de incompletitudine, sau din teorema lui Tarski, deci nu se pune problema eliminării ei. La fel în privința negației. Elimarea negației în sistemele de logică pozitivă, ca să mă rezum doar la acest exemplu, deşi face imposibilă apariția contradicției, lasă neafectată condiția consistenței şi a inconsistenței logice (un sistem poate fi inconsistent şi fără a fi contradictoriu). În plus, atât prima condiție, cât şi cea de-a doua admit excepții. Paradoxul lui Yablo, dacă se va dovedi a fi autentic, este o excepție în raport cu prima condiție, el nu presupune autoraportatea, în timp ce paradoxul lui Curry este o excepție în raport cu a doua condiție.

39. Mult mai dificile şi mai greu de înțeles sunt condițiile 3) şi 4). Dacă fiecare paradox îşi are singularitatea şi proprietatea sa, înseamnă că nu putem vorbi de o soluție generală, că vor fi atâtea soluții câte paradoxuri sunt. Or, nici teoria tipurilor, nici alte soluții nu par să admită aşa ceva.

40. Şi atunci care este atitudinea corectă asupra paradoxurilor? Cum trebuie înţelese ele de vreme ce eliminarea lor pune atâtea probleme?

Opusă concepţiei paralogistice, care este o soluţie negativă, cum s-a văzut, este soluţia pozitivă. Istoria recentă şi mai puţin recentă a ştiinţei demonstrează că paradoxul este un fenomen cu o funcţionalitate aparte, care nu numai că nu poate fi rezolvat, el nu poate fi nici măcar evitat. Mai mult, pe măsură ce noi paradoxuri îşi fac loc, unele dintre paradoxurile mai vechi se actualizează, se redefinesc (vezi paradoxul lui Richard, de exemplu, sau paradoxul mincinosului), dovadă că paradoxul, luat ca fenomen, este capabil de evoluţie. Aceasta i-a făcut pe unii autori să-i atribuie paradoxului un interes filosofic intrinsec, dincolo şi independent de condiţia consistenţei logice. Teoreticienii paraconsistenţei, de exemplu, văd în paradox semnul maturităţii ştiinţei, nicidecum al slăbiciunea ei, cum se ştia până nu demult. Nicholas Rescher a mers şi mai departe în această privinţă, el a propus denumirea de *aporetică* pentru o disciplină filosofică anume constituită destinată în exclusivitate paradoxului. Înţelegem acum de ce este atât de important să delimităm paradoxul de pseudoparadox. După cum am mai spus, numai pseudoparadoxul poate fi pus în sarcina unor erori, şi deci *rezolvat*, paradoxurile nu se rezolvă în acest fel.

§. 9.

41. În încheiere, propun cititorului, ca exerciţiu, examinarea unui scurt raţionament în vederea încadrării lui într-una din categoriile de paradox sau de pseudoparadox discutate în această lucrare. Raţionamentul are legătură cu definiţia conceptului din lucrările mele [2] şi [3]. Pentru că cel mai adesea definiţiile conceptului din manualele de logică sunt definiţii extralogige, am propus în [2] o definiţie a conceptului bazată pe trei condiţii – condiţia predicaţiei, condiţia implicaţiei şi condiţia expresivităţii:

Definiţie. *A* este concept dacă şi numai dacă: 1) A se predică în mod adevărat sau fals despre anumite obiecte; 2) predicat despre un obiect *a*, *A* implică alte predicaţii; 3) în limbaj, *A* se exprimă prin printr-un termen sau combinaţie de mai mulţi termeni.

Conceptul *oraş*, de exemplu, se predică în mod adevărat despre anumite lucruri şi în mod fals despre alte lucruri. Însumate, lucrurile despre care conceptul *A* se predică în mod adevărat, sau la care se aplică în mod adevărat, formează *sfera* sau *extensiunea* conceptului *A*. Fiind vorba de o mulţime, o vom nota cu S_A, putem introduce condiţia sa de apartenenţă prin

(1) $$a \in S_A \equiv A(a).$$

Paradoxul lui Russell poate fi obținut cu ușurință din relația (1) și din condiția 1) a definiției. În general, un paradox al unei teorii T, în cazul de față un paradox al teoriei mulțimilor, se răsfrânge asupra altei teorii T' doar pentru că T are aplicații în T'.

42. Condiția a doua spune că, fiind predicat despre un lucru, conceptul implică alte predicații (*a fi oraș* înseamnă *a fi așezare umană*, *a avea un anumit număr de locuitori*, *a avea o anumită formă de administrație* etc.). Totalitatea conceptelor pe care le implică conceptul *A* se numesc *note* și formează *conținutul* conceptului *A* (simbolic, C_A). În exemplul nostru, *a fi așezare umană* este notă din conținutul conceptului *oraș*.

În fine, conceptul se exprimă în limbaj printr-un termen sau printr-o combinație de termeni. Aceste exprimări pot aparține aceluiași limbaj sau unor limbaje diferite. De exemplu, *elev* și *școlar* exprimă același concept în limba română, spre deosebire de *student* și *pupil* care exprimă același concept în limba engleză.

43. În continuare voi folosi simbolurile *R*, *E*, *F*, … ca prescurtări pentru expresiile: *limba română*, *limba engleză*, *limba franceză* etc. Faptul că un concept oarecare *x* se exprimă într-una din aceste limbi, îl voi nota cu $R(x)$, $E(x)$, $F(x)$ etc. De exemplu, *casă* este concept exprimat în limba română, iar *house* este același concept exprimat în limba engleză. Simbolic: *R*(*casă*) în primul caz, și *E*(*house*), în al doilea.

Introducem acum o nouă serie de concepte simbolizate cu *CR*, *CE*, *CF* etc., după cum urmează:

CR = *concept exprimat în limba română*,
CE = *concept exprimat în limba engleză*,
CF = *concept exprimat în limba franceză* etc.

Toate sunt concepte de concepte, adică *metaconcepte*, și nu concepte pur și simplu, cum sunt conceptele deja exemplificate (*om*, *casă*, *filosof* etc.). Și pentru că respectivele concepte pot forma domeniul unei variabile *x*, introducem relația:

$$(x)\,[CR(x) \rightarrow \overline{CE(x)}], \tag{2}$$

care spune ceva foarte simplu, și anume: *oricare ar fi conceptul x*, *dacă x este concept exprimat în limba română*, *atunci x nu este concept exprimat în limba engleză* (faptul că am ales limba engleză nu are nicio importanță, putea fi aleasă oricare alta). De exemplu, *om* este concept exprimat în română, deci *om* nu este concept exprimat în engleză. Dar *concept exprimat în engleză* este o expresie a limbii române, care, în baza condiției 3), exprimă și ea un concept, deci putem aserta o nouă propoziție:

(3) $CR(CE)$.

Din (2) şi (3) prin instanţiere şi *modus ponens* obţinem:

(4) $\overline{CE(CE)}$,

care, tradusă din nou în limbaj, înseamnă: *concept exprimat în engleză nu este concept exprimat în engleză*. Presupunând că raţionamentul meu a fost corect, propoziţia (4) contravine principiului identităţii şi deci nu poate fi decât falsă. Dar este raţionamentul corect? Aceasta este întrebarea.

BIBLIOGRAFIE

Bar-Hillel, Y.
Mr. Weiss on the paradox of Necesaary Truth, în „Philosophical Studies",vol. 6, pp. 92–93, 1955.
Beth, E. W.
Les Fondements Logiques des Mathématiques, Paris, Gautiers Villars, Louvain, E. Nauwelaerts, 1955.
Clark, M.
Paradoxes From A to Z (second edition), Routledge, London and New York, 2007.
Cook, R. T.
Paradoxes, Polity Press (Key Concepts in Philosophy Series), Cambridge, 2013.
Copi, I. M.
The Theory of Logical Types, London, Routledge& Kegan Paul, 1971.
Drage, T.
The Paradox of Non-Communicator, în „Philosophical Studies", nr. 15 (6), pp. 92–96, 1964.
Enescu, Gh.,
[1] *Teoria sistemelor logice*, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1976.
[2] *Cu privire la pseudoantinomii*, în *Paradoxuri*, *Sofisme*, *Aporii*, pp. 143–150.
[3] *Paradoxuri*, *Sofisme*, *Aporii*, Editura Tehnică, Bucureşti, 2003.
[4] *Dicţionar de logică*, Editura Tehnică, Bucureşti, 2003.
Kleene, St. C.,
[1] *Introduction to Metamathematics*, Wolters-Noordhoff Publisshing-Gronningen, North-Holland Publishing Company, Amsterdam London, sixth reprint, 1971.
[2] *Matemathical Logic*, Dover Publications Inc., Mineola New York, 1967, retipărire 2002.
Kneale, W.,
Modality de Dicto and de RE, în *Logic*, *Metodology and Philosophy of Science*. *Proceeding of the 1960 International Congress* (eds. E. Nagel, P. Suppes, A. Tarski), Stanford University Press, Stanford California, 1962, pp. 622–33.
Lucica, I.,
[1] *Logica* vol. I, Editura Tehnică, Bucureşti, 2008.
[2] *Schiţa unei teorii logice a conceptului* (I), în „Probleme de logică", vol. XIII, 2010, pp. 41–60.
[3] *Schiţa unei teorii logice a conceptului* (II) în „Probleme de logică", vol. XIV, 2011, pp. 107–123.
[4] *Paradoxurile şi metoda raţionamentului diagonal*, în „Revista de Filosofie", Tomul LXII, ianuarie–februarie, 2015, pp. 5–29.
[5] *Paradoxul ca eroare logică*, în „Revista de Filosofie", Tomul LXIV, Nr. 3 ianuarie–februarie, 2016.

Makie, J.L.
Self-Refutation – A Formal Analysis, „The Philosophical Quarterly”, vol 14, nr. 56, pp. 193–203, 1964.
Rescher, N.
Paradoxes. *Their Roots*, *Range and Resolution*, Open Court, Chicago and La Salle, Illinois, 2001.
Russell, B.,
[1] *On Denoting*, în *Logic and Knowledge*. *Essays* (1901–1950), London, George Allen & Unwin LTD, New Zork, The MacMillan Company 1956 (fourth impression 1968), pp. 39–57.
[2] Russell, B., *Principia Mathematica*: *aspecte filozofice*, în *Logică şi Filozofie* (ed. Gh. Enescu şi M. Tîrnoveanu, Editura Politică, Bucureşti, 1966, pp. 80–92.
Sainsbury, R. M.
Paradoxes (second edition), Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
Weingartner, P.
Antinomies and Paradoxes and Their Solutions, în „Studies in Soviet Thought”, vol. 39, nr. 1990, pp. 313–331.
Yablo, St.
Paradox without Self-Reference, în „Analysis”, vol. 53, nr. 4, 1993, pp. 251–252.